

Четырнадцатая хрестоматия
по истории теории вероятностей
и статистики

Составитель и переводчик О. Б. Шейнин

Берлин

2015

Содержание

От составителя

- I. К. Р. Бирман, К. Ф. Гаусс как историк математики и астрономии, 1983
- II. К. Ф. Гаусс, Определение разности широт обсерваторий в Гёттингене и Альтоне, 1828
- III. К. О. Мей, Гаусс, 1972
- IV. К. Р. Бирман, О взаимоотношениях К. Ф. Гаусса и Ф. В. Бесселя, 1966
- V. К. Р. Бирман, Прирождённый игрок в творчестве К. Ф. Гаусса, 1991
- VI. К. Р. Бирман, Изменение нашего представления о Гауссе, 1991
- VII. Ф. В. Бессель, Сэр Уильям Гершель, 1843
- VIII. Ф. В. Бессель, Письмо Дж. Ф. У. Гершелю 22 янв. 1844 г., 1844
- IX. Ф. В. Бессель, Об исчислении вероятностей, 1848
- X. Ф. В. Бессель, Путешествие Эрмана по Сибири и Камчатке, 1832
- XI. Ф. В. Бессель, Перенаселённость, 1845

От составителя

Мы предлагаем переводы некоторых статей (мемуаров) Гаусса и Бесселя и литературы о них. Ниже приведены общие соображения об отдельных статьях, обозначенных римскими цифрами в соответствии с Содержанием. Библиографические ссылки включены в надлежащие пристатейные библиографии.

В них приняты обозначения: **S**, **G**, **n** = соответствующий источник доступен на русском языке, на котором он и был опубликован, либо в русском переводе на нашем сайте sheynin.de или Google, Oscar Sheynin, Home, в документе *n. Wi* = Гаусс, *Werke*, Bd. i.

[i] Крохотная заметка Гаусса не содержала никаких открытий и не была достаточно продумана, см. наши примечания, и поэтому заглавие статьи Бирмана вряд ли оправдано. Заметим также, что Гаусс привёл неверные сведения о двух своих предшественниках. В одном случае он, правда, по существу сам исправил свою ошибку о вычислении интеграла от отрицательного квадрата экспоненциальной функции (Шейнин 2013, § 10A1.4). В другом случае Гаусс (1809, § 186) указал, что Бошкович уравнивал наблюдения под некоторым условием, к которому Лаплас добавил второе. На самом деле оба условия ввёл сам Бошкович (Шейнин 2013, § 7.3.2). Но заметим, что русский перевод сочинения Гаусса 1809 г. в этом месте просто не имеет смысла.

[ii] Этот мемуар вряд ли достаточно известен; во всяком случае, переводов на другие языки мы не нашли, а перепечатан он был, кажется, только в различных изданиях сборника 1887 г. Новым представляются исследование Гауссом ошибок деления лимбов угломерных инструментов (§ 4.8) и его соображения о выводе общего земного эллипсоида вращения (§ 4.20).

Перевод оказался нелёгким и полностью не удался. Во-первых, несколько терминов мы не смогли установить, и особенно это относится к таинственному *Meridianspalte*. Во-вторых, текст написан не вполне понятно, см. наши примечания, к которым добавим здесь, что некоторые звёзды в таблице § 2 и в дальнейшем изложении почему-то остались анонимными и что таблица в § 4.6 непонятна.

Неприятно, что в двух случаях Гаусс (Прим. 18 и 31) вычислил вероятные ошибки некоторых величин при молчаливом допущении нормального распределения, и что основная цель мемуара осталась непонятной. В § 1 Гаусс указал, что искомая разность широт была известна, но что требовалось определить её заново, – так где же сравнение новых результатов с прежними?

Наконец, мемуар написан во многом небрежно и в этом смысле никак не соответствует общему мнению о Гауссе.

Мы всё же не согласны с Меем [iii, § 8], который заявил, что при подготовке своих рукописей Гаусс придерживался обычных стандартов, но не забыли утверждения Менхена (Maennchen 1930) о том, что, вычисляя исключительно быстро, Гаусс не проверял себя и нередко ошибался.

Известно, что наследие Гаусса вообще осваивалось с великим трудом, и это же относится к его сочинениям по обработке наблюдений. Вот Stewart (1995, с. 222) о §§ 12 – 13 мемуара Гаусса 1823 г.:

Читателям потребуется громадное великодушие, чтобы заключить, что в них что-то доказано.

В качестве линейной меры Гаусс использовал туаз; метрическая система мер обрела международный характер лишь в 1875 г. Заметим, что Бессель (доклад, опубликованный в 1848 г.) заявил, что главное не в выборе *естественной* меры длины, а в возможности точного копирования полученного (любым способом) эталона. Современный автор (Hamel 1984, с. 50 – 51) полагал, что для своего времени мнение Бесселя было небезосновательным.

[iii] Статья Мея заслуживает серьёзного внимания, в частности ввиду обширной приложенной библиографии. Заметим, однако, что по поводу политических взглядов Гаусса следует обратиться к позднейшей статье Бирмана [vi] и что Мей допустил несколько ошибок, см. наши примечания. Так (Прим. 16), аэрофотосъёмка значительно сократила необходимый объём полевых геодезических работ, но никак не могла заменить их (и не отменила необходимости прокладки триангуляции).

[iv] Гаусс (§ 4) высоко оценил геодезические исследования Бесселя. Но он и сам достиг быть может не меньше успеха в решении проблем поверки и юстировки инструментов и в исследовании надёжности методов наблюдений. Вот письмо Бесселя 15 июня 1818 г. (с. 272 в издании их переписки):

Мы благодарны Вам за основную роль в сегодняшнем совершенствовании астрономии, и не только ввиду Ваших наименьших квадратов, но и за пробуждение смысла элегантности, который, видимо, исчез с лица Земли после эпохи Бадделя и который появился вновь 18 лет назад. Мы лишь теперь подошли к представлению о необходимости отслеживания малых ошибок или отклонений с той же тщательностью, с которой ранее охотились за крупными.

В начале § 5 Бирман очень кратко сообщил о встрече Гаусса и Бесселя в 1825 г., которая не была упомянута в их переписках (ни Гаусса и Шумахера, ни Ольберса и Бесселя). Тем не менее, Bruhns (1869, с. 108 прим.), см. также Шейнин (2001, с. 168), сообщил со слов кого-то, слышавшего их беседу, что Гаусс очень резко набросился на Бесселя в связи с *различием научных мнений*.

Там же мы отметили, что Бессель предъявлял необоснованные притязания на приоритет в уравнивании триангуляции. Кроме того, мы (2000) нашли много ошибок в простейших вычислениях Бесселя, которые подрывают доверие к его более сложным расчётам. Среди других замеченных нами недостатков оказалась его просто халтурная оценка наблюдений Бадделя. Нельзя было не заметить, что погрешности его наблюдений не вполне следовали нормальному распределению, Бессель же вопреки здравому смыслу заявил противное (и упустил возможность первым указать на *не-нормальность*).

В § 2 Бирман сообщает об охлаждении отношений Гаусса и Бесселя с 1819 г., но Ольберс (письмо Бесселю 2 ноября 1817 г.; т. 2 их переписки, с. 69) уже тогда заметил:

Мне было бы очень жаль, если между двумя людьми, которых я больше всех люблю и уважаю, которых безоговорочно считаю величайшими немецкими астрономами и математиками, наступит какое-то длительное охлаждение.

[vii] Статья Бесселя недостойна его и (как и его статьи [ix] и [xi]) лишний раз (см. Шейнин 2000) свидетельствует, что этот великий учёный был в то же время непреклонным халтурщиком, см., например, наше Прим. 1. Рассуждая о двойных звёздах, он не указал с самого начала на существование визуально и физически двойных звёзд. Описывая гершелево исследование направления движения Солнца, Бессель ни словом не обмолвился о том, что Гершель исследовал и скорость движения Солнца. Бессель не упомянул о существовании других галактик (о чём гениально написал ещё Ламберт), лишь косвенно указал, что Гершель подсчитывал звёзды в Млечном пути и в то же время упоминал *Weltgebäude*, *Weltsystem*, *Welträum*, что можно было понять как *вселенную*. Наконец, следовало сказать, что эти подсчёты, хоть и оказались началом звёздной статистики, были не вполне удачны. Струве (1847/1953, с. 41) прямо заявил, что

Система Гершеля об устройстве Млечного пути [...] обрушилась во всех частях благодаря дальнейшим исследованиям её автора [...] и сам Гершель её полностью оставил.

[ix] Весь сборник популярных статей Бесселя был уже переведен в 1859 г., но мы этого перевода не видели. В Прим. 9 мы заметили, что Бессель прочёл свой доклад не ранее 1821 г., и как-то трудно поверить, что столь элементарное изложение соответствовало уровню слушателей. Описывая понятие случая, Бессель не упомянул его соотношения с необходимостью, хотя уже Кант (1763/1912, с. 111) указал, что относительное число женитб устойчиво (при постоянных общественных и экономических условиях). Далее, Бессель не раскрыл значимости исследования Якоба Бернулли и не вспомнил об *Опыте философии теории вероятностей* Лапласа (и даже не рекомендовал его своим слушателям).

[x] В честь физика и путешественника Эрмана назван хребет в Восточном Забайкалье (БСЭ, 3-е издание, т. 30, 1978, столбец 764).

[xi] Бессель решительно заявил, что необходимо повышать умственное развитие (*Intelligenz*) населения, но представляется, что он имел в виду профессиональную пригодность к новым появляющимся занятиям. Ведь нельзя сказать, что по своему умственному развитию земледelec превосходит охотника.

Далее, не позднее начала XVIII в. статистики заявили, что население возрастает слишком быстро и что с божественной заповедью *плодитесь и размножайтесь* что-то неладно, см. Pearson (1978, с. 337). Бессель полагал, что рост умственного развития снимет проблему перенаселённости, но он явно ошибся.

К. Р. Бирман

К. Ф. Гаусс как историк математики и астрономии

K.-R. Biermann, C. F. Gauß als Mathematik- und Astronomiehistoriker.
Hist. Math., vol. 10, 1983, pp. 422 – 434.

Посвящается профессору, доктору Курту Фогелю ко дню его 95-тилетия

Резюме автора на русском языке

В 1810 г. К. Ф. Гаусс опубликовал работу по истории математики и астрономии XVIII в. в Германии. Этот труд остаётся почти неизвестным. В данной статье текст перепечатан и обсуждается содержание работы Гаусса.

Следует полагать, что знатоки творчества Гаусса с удивлением воспримут заглавие этой статьи, потому что им известна антипатия властелина математики к историко-литературным изысканиям и популярным описаниям. Так, 6 июля 1840 г. Гаусс написал своему близкому другу Шумахеру:

Я неохотно подробно высказываю то, чего другие добились в области, в которой сам работал, если полностью не убеждён, что действительно могу упомянуть это с похвалой.

И также: *Тем не менее, я признаю, что вовсе не исследовал критически [историю теории магнетизма]. В общем, я не могу играючи решить кого следовало бы упомянуть с похвалой, чтобы тем самым безусловно подкрепить себя. И если я хочу, чтобы мои сообщения были авторитетными, следовало бы вначале провести литературные исследования, для чего у меня нет ни времени, ни, признаться, склонности* (Gauss 1861, с. 385 и 388).

Когда Гаусс собирался предложить гёттингенским студентам призовые математические вопросы, он заявил Шумахеру 25 янв. 1842 г. (1862, с. 53): *Мне не нравится составлять исторические задания, но я люблю заниматься своими собственными делами.* Вошедшая в привычку антипатия к поискам и цитированию предшественников вызвала упрёк К. Якоби (его письмо Бесселю 3 апреля 1835, см. Бирман 1963, с. 222):

Гаусс заменил пословицу О мёртвых ничего, кроме хорошего другой, Ничего ни о мёртвых, ни о живых.

Но впоследствии Гаусс почувствовал, что готов написать популярную статью (1836) для ежегодника Шумахера [*Astron. Jahrbücher*. Tübingen, 1836 – 1844], чтобы сделать приятное своему близкому другу, однако оказалось, что Гумбольдт неверно понял её различные детали. Гаусс (1861, с. 37) разочарованно сообщил Шумахеру [15 апреля 1836 г.]:

В конце концов, я наверное сам виноват, что, несмотря на все усилия, мне, пожалуй, не удалось добиться необходимой ясности.

10 мая 1853 г. он написал Гумбольдту (Бирман 1977, с. 112):

Я уже давно мало ценю возможность достижения вкуса высшей культуры и так называемого высокого положения чтением популярной литературы или знакомством с популярными лекциями.

Я скорее полагаю, что в области науки устойчивая проницательность может быть достигнута только применением определённых собственных усилий и переработкой того, что было предложено другими.

Незамеченное до сих пор исключение из правила Гаусса отказываться от составления популярных статей (Gauss 1813) стало известно в 1977 г. (оно же – исключение от составления обзорных исторических статей), перепечатано ниже. Насколько я смог установить, оно не отражено в библиографии сочинений Гаусса¹.

Автором этой перепечатываемой статьи является Гаусс, что следует из примечания составителя монографии Иоганна Готфрида Эйххорна (1752 – 1827), гёттингенского профессора восточных языков и историка, и другого примечания в тексте Гаусса². Конкретно, Гаусс написал параграфы 102 и 103 в т. 3, № 1, с. 578 – 584, сама же монография вышла в 1805 – 1813 гг. в шести томах в Гёттингене.

Понятно, что Эйххорн считал, что не справится с этими параграфами и попросил содействия у компетентного коллеги. Со своей стороны, Гаусс понял, что желание Эйххорна разумно, поневоле преодолел свою описанную выше антипатию и взялся за перо. Интересно, что, в соответствии с духом времени, Эйххорн относился к своему труду как к единому целому и поэтому включил в него и статьи про науку. При оценке статьи Гаусса следует иметь в виду, что он должен был руководствоваться идеями Эйххорна, который составлял *Справочник по истории литературы*, а именно *Обзор, который мог бы описать судьбу науки за тысячелетие вплоть до нынешнего времени* (т. 1, с. III), который в первую очередь должен был бы быть направлять *будущих учёных*, т. е. студентов (с. IV), тогда как значимость труда *для тех, кто уже закончил своё обучение, определит опыт* (с. V).

Имена и даты жизни упомянутых Гауссом математиков и астрономов указаны в приложенном нами списке.

Текст Гаусса

102. И в этом периоде в Германии появились достаточно известные имена, так что её сравнение с другими странами по математике можно выдержать с почётом. Гениальный Лейбниц, слишком расплывавшийся многими разнообразными занятиями, участвовал в дальнейшем расширении обширного поля, к которому он открыл путь скорее разбрасыванием плодородных зародышей, чем планомерной связной обработкой целого.

Однако, в руках двух столь же замечательных учёных, братьев Якоба и Иоганна Бернулли, здание анализа бесконечно малых быстро вознеслось до удивительной высоты. Учение о рядах, о кривых и большое число труднейших задач механики стали для этих великих геометров неисчерпаемым источником интересных

открытий, и даже их взаимная ревность привела к первым побуждениям к различным тонким исследованиям³.

Сын Иоганна Бернулли, Даниил, пошёл по стопам своего отца и приобрёл себе почётное место среди первых геометров своего времени многочисленными трудами в учении о рядах, теории вероятностей, механике и гидродинамике⁴. Но как звезда первой величины сиял бессмертный Эйлер. Ни одному математику прежних лет или нового времени нельзя приписать такую почти непостижимую скорость в труднейших исследованиях с подобной неистощимой плодотворностью новыми идеями и методами. Он переработал все части математики, и большинство из них приобрели в его руках совершенно новый вид. Незабываемы его заслуги в высшей арифметике, в обращении с круговыми функциями, применении анализа к кривым, в учении о рядах, в теории алгебраических уравнений, дифференциальном и интегральном исчислении, в науках механики и оптики.

К заслуженным математикам XVIII в. принадлежит и Иоганн Генрих Ламберт ввиду многочисленных приложений математических учений к событиям повседневной жизни. Его *Фотометрия* стала эпохой в этой новой ветви оптической науки, которую в то же время разрабатывал Буге⁵.

Из многочисленных имён тех, которые имеют заслуги в отдельных частях математики, мы можем здесь назвать лишь нескольких. Исчисление вероятностей, которое уже Якоб Бернулли применял в азартных играх, успешно использовалось в таких общественных вопросах, которые связаны с продолжительностью жизни. Ценные труды представили Жюссмилх, Florencourt и особенно Тетенс⁶.

Уже Якоб Бернулли равным образом превосходно исследовал учение о соединениях, а Гинденбург постарался систематизировать примыкающие к ним операции. Пфафф опубликовал несколько хороших сочинений, относящихся к учению о рядах. Теорию алгебраических уравнений, в которой до сих пор удовлетворительно не были разрешены существенные затруднения, успешно с новой точки зрения исследовал Гаусс. В той же обширной работе по теории чисел или высшей арифметике эта важная часть математики, до сих пор исследованная лишь немногими геометрами, приобрела новую форму и даже получила интересное неожиданное разъяснение и обобщение, а именно связь с ветвью анализа, – с теорией правильных многоугольников, – которую никто ранее не замечал.

Благодарное воспоминание заслужили и те, которые озаботились облегчением входа в столь разросшуюся науку целесообразными учебниками: Хр. Вольф, Хаузен, Сегнер, Карстен, Кестнер, Клюгель, Вега, Pasquich и др.

103. Основную роль в достижении крупных успехов астрономии в течение этого периода сыграла Германия. Кроме того, пользу науке принесло большое число построенных общественных обсерваторий, особенно в Гёттингене, Мангейме и Готе, наблюдения же в них проводили многие частные лица, что весьма благоприятно сказалось на совершенствовании географии

и отдельных частей астрономии и привели к выдающимся новым открытиям. По примеру других стран в Вене и Берлине предвычисляли небесные явления и особенно эфемериды, работа с которыми продолжается.

Ценные добавления к этим эфемеридам обеспечивают ежегодные обзоры главнейших астрономических событий. Совместно с ещё более содержательным журналом фон Цаха [*Monatl. Corr. zur Beförderung der Erd- und Himmelkunde*] они представляют как бы объединительную площадку для астрономов не только Германии, но всей Европы. Для новых открытий на небе не было более плодотворного периода, чем последняя четверть прошлого века и начало нынешнего столетия. За пять открытых за это время главных планет нашей Солнечной системы мы благодарны четырём немцам, Гершелю, Ольберсу и Хардингу⁷ равно как и Гауссу, фон Цаху и Ольберсу за повторное обнаружение пятой из них, Цереры, которую тщётно разыскивали зарубежные астрономы и частично уже отказались от поисков.

Ввиду силы своего телескопа, который он сам довёл до неизвестной ранее степени совершенства, Гершель открыл 6 спутников Урана и два новых спутника Сатурна. Не менее примечательными были его наблюдения двойных звёзд, туманностей и поверхности Солнца и планет и обращения последних вокруг Солнца⁸.

Славно соперничал с ним Шрётер, чьи наблюдения поверхностей и других физических достопримечательностей планет, кольца Сатурна, спутников Юпитера, комет и, совершенно особо, нашей Луны показывают, чего может добиться превосходный талант наблюдателя, соединённый с неутомимым усердием.

Как бы ни велика была слава немцев в наблюдении неизвестных фактов и явлений на небе, так же велика была их заслуга во всё более точном определении положения и движения небесных тел по наблюдениям и теоретическому изучению. Список зодиакальных звёзд Тобиаса Майера превзошёл всё, сделанное ранее. Аналогичные новые списки, основанные на наблюдениях, были составлены на обсерваториях Готы и Мангейма Цахом и Ваггу. Они точны в высочайшей степени, которую только можно было достичь при помощи нового усовершенствования искусства наблюдения. До середины XVIII в. имелись лишь таблицы самых значительных неравенств движении Луны, которые притом существенно уклонялись [от наблюдений].

Эйлер первым указал, какую форму должны иметь малые неравенства, и Тобиас Майер обосновал этой теорией свои замечательные таблицы Луны, составленные по тщательным и удачным сочетаниям наблюдений в течение четырёх лет. Погрешность этих таблиц заключена в очень тесных пределах. Неутомимое усердие второго немца, Тобиаса Бюрга, ещё более повысило их точность, и ничего больше к ним долго не будет прибавлено.

Аналогичных заслуг добились Тобиас Майер, фон Цах и Triesnecker в теории движения Солнца и Марса. Тонкие астрономические вычисления, достигнутые точным объединением анализа и астрономии, изменили свой вид. Эйлер и Ламберт многое сделали для вычисления орбит параболических комет, и вполне отменно этим занимался Ольберс. Их методы решения оставили все остальные далеко позади по удобству и краткости.

Открытие новых планет и потребность обеспечения раннего и по возможности самого точного определения их орбит для их повторного обнаружения побудило Гаусса к подобным ещё более расширенным исследованиям движения небесных тел по коническим сечениям любого рода.

При использовании астрономических наблюдений и именно затмений Солнца и покрытия звёзд для географического определения долгот Triesnecker и Вурм достигли более серьёзного успеха, чем все остальные астрономы вместе взятые. Также и частично с высочайшей точностью проведенные топографические съёмки [триангуляции] в Австрии, Швабии [историческая область], Вестфалии, Баварии и Тюрингии существенно прославили Германию. Триангуляция в Тюрингии, объединенная с градусным измерением, не уступит никаким подобным операциям за рубежом, если только складывающиеся обстоятельства не задержат её завершения.

Исследование астрономического преломления лучей⁹ Тобиасом Майером, Ламбертом и Краппом на основе теории и наблюдений принадлежит к лучшему, происшедшему в этой ветви астрономии.

Пояснение

Сразу же в начале § 102 бросается в глаза, что почётное упоминание Лейбница обставлено оговоркой, и это в точности соответствует тому, что передал Сарториус (1856, с. 84 – 85) об устном высказывании Гаусса:

Обоих корифеев XVII в. часто сравнивали, и Гаусс поступил так же. Говоря об этом, он, однако, сознавал большой талант Лейбница и не отрицал его заслугу в открытии дифференциального исчисления, но очень сильно порицал то, что Лейбниц занимался всеми возможными вещами, и что это, к сожалению, произошло за счёт математики. Поэтому мы никак не можем сравнивать заслуги Ньютона и Лейбница.

Можно было бы вполне добавить, что Гаусс судил без учёта экономического давления, которое испытывал Лейбниц, и притом не принял во внимание математическое наследие Лейбница¹⁰.

Вслед за разумным упоминанием главных представителей династии Бернулли последовало самое подчёркнутое из всех его известных суждений о значимости Эйлера.

Задание было ограничено *Германией*, т. е. областью распространения немецкого языка, и, соответственно, Гаусс упомянул только одного француза (Буге), и лишь в связи с работами Ламберта, которому было оказано заслуженное внимание. В связи с комбинаторикой был упомянут Гинденбург, и мы заметим, что в 1796 и 1799 гг. Гаусс послал рукописи в его

журнал *Archiv der reinen u. angew. Math.*, которые, однако, не были приняты (письмо Гаусса Гинденбургу 8 окт. 1799 г., см. Gauß 1917, с. 429 – 431, и Stargardt 1971, с. 114 и 115). Этот эпизод, видимо, не задел Гаусса. Его бывший научный руководитель Пфафф (который работал в том же направлении, что и Гинденбург) упомянул его и неявно сослался на *Арифметические исследования* 1801 г. наряду с диссертацией 1799 г.

Из остальных более или менее кратко названных математиков некоторые были забыты, если судить по тому, что их биографии не были включены в *Dictionary of Scientific Biography* (DSB). Вот они: Зюссмильх, Florencourt, Тетенс, Хаузен, Карстен, Вега и Pasquich. Заслуги названных Гауссом Вольфа, Сегнера, своего бывшего гёттингенского преподавателя Кестнера и Клюгеля предположены известными¹¹ или такими, с которыми без труда можно ознакомиться в DSB, и мы поэтому скажем несколько слов о забытых ныне и не включённых в указанный источник.

Зюссмильх (*Allg. Deutsche Biogr.* Bd. 37 = ADB 37), берлинский богослов, и сейчас считается самым значимым немецким представителем школы политической арифметики, как её назвал Уильям Петти. Элементарными арифметическими методами он открыл божественный порядок в обширной *getalverhoudingen der sociale statistieken meende* (Freudenthal 1966, с. 5). Его главным трудом оказался *Божественный порядок* (1741, четвёртое издание 1775). Историограф берлинской академии Harnack (1900, с. 458 – 461) составил список академических докладов Зюссмильха, Советника Оберконсistorии [управления церковными делами] и пробста, из которого можно усмотреть, какими проблемами он занимался.

Florencourt, напротив, ко времени составления Гауссом своей статьи был уже совсем забыт, и мы нашли его только в т. 1 справочника Поггендорфа (сокращённо, Pogg). Он происходил из французской семьи, переселившейся в Брауншвейг, т. е. на родину Гаусса, был экстраординарным профессором гёттингенского университета и выпустил книгу (1781). Гаусс упомянул его видимо из преданности *земляку*.

Особенно, т. е. выше Зюссмильха и Florencourt, назван видимо никому сейчас не известный Тетенс (ADB 37, Pogg 2). С 1776 г. он был профессором математики и философии в Киле, но в 1789 г. был принят в высшее датское финансовое ведомство в Копенгагене, в 1803 г. стал одним из директоров датского государственного банка и директором общей датской вдовой кассы. Гаусс мог упомянуть его главным образом в связи его сочинением (1785 – 1786).

Наибольшее значение из учёных, не включённых в DSB, имел, конечно, Хаузен, профессор математики в Лейпциге (ADB 15, Pogg 1) с его трудом (1734). Из сочинений Карстена, профессора математики в Ростокке, затем в Бютцове и с 1779 г. в Галле (ADB 15, Pogg 1), наиболее влиятельным в то время был видимо его восьмитомник (1767 – 1777).

Вега (ADB 39, Pogg 2) длительное время оставался значимым для математиков, астрономов и геодезистов ввиду своих таблиц (1783; 1793; 1794), которые до середины XX в. выдержали более 100 изданий. Удивительно, что он не был включён в DSB. Математиком Вега стал на австрийской военной службе. Будучи сыном словенского мелкого крестьянина, он в конце концов получил почётный титул барона. Его карьера была столь же необычна, как и смерть. Он был убит грабителем, преступление которого было раскрыто лишь девять лет позднее (Депман 1953, Allmer 1977). Гаусс включил его в авторы учебников наверняка не ввиду его таблиц, а за авторство многократно изданного учебника (1786 – 1802).

Наконец, Pasquich (ADB 25, Pogg 2). В истории математики он забыт, но играет некоторую роль в истории астрономии. Он был астрономом в Пеште, затем в Ofen (Буде), был обвинён в подделке измерений (Küssner 1981, с. 19 и 29). Гаусс защитил его и составил *Реабилитацию*, которая, однако, появилась лишь в 1825 г. В 1810 г. Гаусс наверняка упомянул Pasquich ввиду его двухтомников (1790 – 1791 и 1799)¹².

Переходим к § 103, который длиннее § 102. Это можно объяснить тем, что ко времени составления своей статьи Гаусс находился на вершине своего так называемого астрономического периода. Он никогда не оставлял своих математических устремлений, но как раз в то время, в 1809 г., вышла его *Теория движения*, которую, как он заявил в письме издателю Пертесу (Salié 1957, с. 24), *будут изучать ещё через столетия*. То было время, когда возродилась надежда на продолжение строительства обсерватории в Гёттингене, и основное место в его сердце занимала астрономия.

Из упомянутых астрономов число тех, которые не оставили следа в истории науки, или во всяком случае не были включены в DSB оказалось меньшим, чем в § 102. Ими были Barгу, Triesnecker и Вурм. Barгу (в ADB отсутствует, Pogg 2), лазарист [член духовного братства в католицизме], был примерно с 1790 г. астрономом на обсерватории в Мангейме. Более значимыми были венский профессор астрономии и директор обсерватории Triesnecker (ADB 38, Pogg 2), и бывший богослов, штутгартский астроном Вурм (ADB 34, Pogg 2), корреспондент Гаусса, навестившего его в 1825 г. во время своей поездки в юго-западную Германию. Triesnecker и Вурм были всё-таки настолько известны, что Гумбольдт упомянул их в своём *Космосе* (1850, с. 65 и 546 и с. 247, 443 – 444 и 483 – 484).

Гаусс чётко указал их заслуги, и дополнительные разъяснения здесь не нужны. Напротив, представляется необходимым сказать несколько слов о Гершеле, названного немцем. С таким же успехом можно, конечно же, назвать Florencourt французом. Но следует иметь в виду тот период, в котором Гаусс составлял свою заметку. То было время активного национального чувства, которое появилось после захвата [Пруссии] наполеоновскими войсками. И надо учесть, что в то время немецко-говорящие австрийцы и швейцарцы считались немцами¹³.

Указав на развитие астрономии в конце XVIII в., Гаусс с полным правом упомянул вторичное обнаружение Цереры на основе лишь сорокадневных наблюдений [Пиацци] и свои собственные новые методы вычисления параметров планетных орбит. Он кроме того назвал свою упомянутую выше эпохальную *Теорию движения*.

В общем, этот астрономический параграф оставляет ещё более цельное и однородное впечатление, чем предыдущий. Потому ли это произошло, что Гаусс мог здесь больше извлечь из общей картины? Иначе говоря, мог ли он из области математики столь же многих вполне уверенно упомянуть с похвалой? После достижений Даламбера, Бюффона, Лагранжа, Лапласа, Лежандра, Клеро, Монжа, ..., Ньютона, Бейеса, Галлея, Маклорена, Стирлинга, Тейлора, Варинга¹⁴, ... некого было назвать. Немного оставалось математиков первого ранга, а кроме того он сам так много переоткрыл или обнаружил нового, что ему было труднее восхвалять кого-то, если не стремиться превозносить самого себя¹⁵.

В астрономии же дело обстояло иначе. В этой науке его сила была в теории, и поэтому он мог от всей души хвалить наблюдателей и первооткрывателей. И когда в математическом параграфе мы находим сравнительно много авторов, о которых ныне почти не говорят, то это несколько оправдывает его суждение об Эйлере (как раз к двухсотлетию со дня его смерти¹⁶) и о развитии математики в Германии в целом, а также перепечатку этого во многих отношениях содержательного рассуждения об истории математики и астрономии с точки зрения Гаусса 1810 г.

Упомянутые Гауссом авторы

Числа 1 и 2 означают соответственно упоминания в §§ 102 и 103. Фамилии авторов, биографии которых включены в *Dictionary of Scientific Biography*, напечатаны курсивом

Эйлер, Леонард, 1707 – 1783, 1, 2
Barry, Roger, 1738 (?) – 1813, 2
Bernoulli, Daniel, 1700 – 1782, 1
Bernoulli, Jakob I, 1654 – 1705, 1
Bernoulli, Johann I, 1667 – 1748, 1
Bouguer, Pierre, 1698 – 1758, 1
Bürg, Tobias, 1766 – 1834, 2
Florencourt, Carl Chassot de, 1757 – 1790, 1
Harding, Carl Ludwig, 1765 – 1834, 2
Hausen Christian August, 1693 – 1743, 1
Herschel, William (Wilhelm), 1738 – 1822, 2
Hindenburg, Carl Friedrich, 1741 – 1808, 1
Kästner, Abraham Gotthelf, 1719 – 1800, 1
Karsten, Wenceslaus Johann Gustav, 1732 – 1787, 1
Klügel, Georg Simon, 1739 – 1812, 1
Kramp, Christian, 1760 – 1826, 2
Lambert, Johann Heinrich (Jean-Henri), 1728 – 1777, 1, 2

Leibniz, Gottfried Wilhelm, 1646 – 1716, 1
 Mayer, Tobias, 1723 – 1762, 2
 Olbers, Wilhelm, 1758 – 1840, 2
 Pasquich, Johann, 1753 – 1829, 1
 Pfaff, Johann Friedrich, 1765 – 1825, 1
 Schröter, Johann Hieronymus, 1745 – 1816, 2
 Segner, Johann Andreas (János-András) von, 1704 – 1777, 1
 Süssmilch, Johann Peter, 1707 – 1767, 1
 Tetens, Johann Nikolaus, 1736 – 1807, 1
 Triesnecker, Franz von Paula, 1745 – 1817, 2
 Vega, Georg (Jurij), Freiherr von, 1754 (?) – 1802, 1
 Wolff, Christian, 1679 – 1754, 1
 Wurm, Johann Friedrich, 1760 – 1833, 2
 Zach, Franz Xaver von, 1754 – 1832, 2

Примечания

1. Самой полной библиографией сочинений Гаусса всё ещё является Poschek (1957), хотя её астрономическую часть следует, конечно, дополнить по Galle (1850). К. Р. Б.

2. Мы благодарны нашему коллеге доктору Хорсту Фидлеру за указание этого сочинения и статьи Гаусса. К. Р. Б. Это *другое* примечание мы выпустили. О. Ш.

3. Не следовало ставить на одну доску благоразумного и доброжелательного Якоба и болезненно самолюбивого и патологически ревнивого Иоганна, см. Wolf (1858). Savérien (1775), как указал Wolf (1858, с. 144), заявил, что

Ни англичане, ни немцы, ни французы, ни даже их авторы не понимали значимости своих открытий. Слава воспитания двух редких лиц, братьев Бернулли, которые представили себе всю их широту, принадлежит Швейцарии.

21 марта 1694 г. Лейбниц написал Иоганну Бернулли (там же, с. 143, прим. 45): *Vestra enim non minus haec methodus, quam mea est* (Сам собой понятно, что этот ваш метод не меньше (не хуже), чем мой). О. Ш.

4. Следовало упомянуть классическое исследование Даниила Бернулли 1766 г. о профилактике оспы. См. также Михайлов (2005). О. Ш.

5. Ламберт заслуживал гораздо большего внимания. Он опубликовал свыше 70 сочинений, а в 1965 – 2008 гг. в Хильдесхайме в свет вышло 10 томов его *Философских трудов*. Его *Космологические письма* 1761 г. были восторженно встречены: даже в 1847 г. В. Я. Струве (1847/1953, с. 19 – 26) отзывался о них весьма положительно. Но по свидетельству современников *Фотометрия* Ламберта была написана очень тяжело (Wolf 1860, § 8). О. Ш.

6. Зюссмилх не был математиком и даже свою собранную статистику обрабатывал неумело, но можно было упомянуть, что Эйлер успешно сотрудничал с ним (Шейнин 2013, § 7.2.2). В XVIII в. исчисление вероятностей начало применяться и при обработке наблюдений (Симпсон, Ламберт, Даниил Бернулли, Эйлер), см. там же, § 7.3. О. Ш.

7. В связи с понятиями того времени Уран и малые планеты упоминались совместно. Так, Пуассон (1837, § 110) рассматривал десять планет не считая Земли (т. е. включил в их число четыре малые планеты). Гершеля Гаусс назвал немцем (см. об этом ниже), но и с ним четырёх немцев насчитать было нельзя. О. Ш.

8. Сейчас следовало бы добавить, что Гершель был начинателем звёздной статистики. О. Ш.

9. По ошибке было напечатано *berechnung* вместо *brechung*. К. Р. Б.

10. Принимать во внимание обстоятельства жизни Лейбница и его наследие можно только в субъективном смысле, объективно же важно только то, что имело значение (или должно было бы его иметь). Можно ведь сказать, что Ламберт добился бы много большего, не погуби он сам себя нелепым лечением (Wolf 1860, конец статьи). О. Ш.

11. В первую очередь Гаусс мог иметь в виду следующие сочинения: Wolff (1716, 1717); Segner (1758 – 1767 и 1761 – 1763); Kästner (1758, 1772 – 1801, 1796 – 1800); Klügel (1770, 1778, 1803 – 1808). К. Р. Б.

12. См. Gauß (1851). Там же на с. 246 – 250 помещена одна из его рецензий на логарифмически-тригонометрические таблицы Pasquich, опубликованные в Лейпциге. К. Р. Б. Это примечание не было отмечено в тексте, и мы вставили его по смыслу. Заметим, что и Бессель выступил в защиту Pasquich (*Astron. Nachr.*, Bd. 3, No. 53). О. Ш.

13. Кто именно называл их немцами? Ламберт неизменно считал себя швейцарцем (Wolf 1860, самое начало статьи) и вообще национальность учёного мало что говорит. И француз Муавр, и немец Гершель стали английскими учёными, а мягкая критика Гаусса Бирманом по поводу Гершеля недостаточна. Все трое представителей династии Бернулли работали вне Германии. И уж если называть Гершеля, то почему, например, не Гольдбаха, Якова Германа и Г. Ф. Крафта? О. Ш.

14. За исключением Ньютона, учёные здесь были перечислены по алфавиту, но вот Бюффона включать не следовало. Пропущен Муавр, и может быть намеренно, чтобы не указывать, что, будучи французом, он стал английским учёным. О. Ш.

15. Гауссу было трудно восхвалять кого-то, но это лишь частичное оправдание. Колмогорову (1935, 1938 и может быть позднее) удалось писать и о себе, и о других. О. Ш.

16. Двести лет со дня смерти Эйлера: Бирман имел в виду дату публикации своей статьи. О. Ш.

Библиография

Депман И. Я. (1953), Замечательные славянские вычислители, Г. Вега и Я. Ф. Кулик. *Историко-математические исследования*, вып. 6, с. 573 – 608.

Колмогоров А. Н. (1935), о некоторых современных течениях в теории вероятностей. *Тр. Второго всесоюзного съезда математиков 1934*. Л. – М., т. 1, с. 349 – 358.

--- (1938), Теория вероятностей и её применения. *Математика и естествознание в СССР*. М., с. 51 – 61.

Михайлов Г. К., Mikhajlov G. K. (2005), Daniel Bernoullis Leben und Werk. *Gelehrte aus Basel an der St. Petersburger Akad. der Wiss. des 18. Jahrhunderts. Vorträge des Symposiums ... anlässlich der Feierlichkeiten 300 Jahre St. Petersburg*. Aachen, pp. 77 – 87. Жизнь и труды Д. Бернулли. С, G, 34.

Струве В. Я. (1847 франц.), *Этюды звёздной астрономии*. Б. м., 1953.

Шейнин О. Б. (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. S, G, 11

Allgemeine Deutsche Biographie, ADB (1882, 1887, 1898, 1894, 1894, 1895), соответственно Bde 15, 25, 34, 37, 38, 39. Leipzig

Allmer F. (1977), Von Göttingen nach Zagorica. *Mitt. Gauß-Ges. Göttingen*, No. 14, pp. 111 – 115.

Biermann K.-R. (1963), Aus der Vorgeschichte der Aufforderung A. von Humboldt von 1836 an den Präsidenten der Royal Society zur Errichtung geomagnetischer Stationen. *Wiss. Z. der Humboldt-Univ. Berlin, math.-nat. Reihe* 12, pp. 209 – 227.

---, редактор (1977), *Briefwechsel zwischen A. von Humboldt und C. F. Gauß*. Berlin.

Eichhorn J. C. (1805 – 1813), *Geschichte der Literatur von ihren Anfang bis auf die neuesten Zeiten*, Bde 1 – 6. Göttingen.

Florencourt Carl Chassot de (1781), *Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst*. Altenburg.

Freudenthal H. (1966), Die eerste ontmoeting tussen de wiskunde en de wetenschappen. *Verh. Kgl. Vlaamse Acad. Wetenschappen, Letteren en Schone Kunsten Belg.*, Kl. Wetenschappen, Jg. 28, No. 88.

Galle J. G. (1850), *Register zu von Zachs Monatl. Corr.* Gotha.

Gauß C. F. (1799), *Demonstratio nova theorematis omnem functionem algebraicam rationalem integram unius variabilis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse*. W-3, c. 1 – 30.

- (1801), *Disquisitiones arithmeticae*. Leipzig. W-1.
- (1809 латин.), *Теория движения*. М., 1861.
- (1813), Neue Aussicht zur Erweiterung des Gebiets der Himmelskunde. *Mitt. Gauß-Ges. Göttingen*, No. 14, 1977, pp. 26 – 29.
- (1836), *Erdmagnetismus und Magnetometer*. W-5, pp. 315 – 344.
- (1851), Einige Bemerkungen zu Vega's Thesaurus Logarithmorum. W-3, pp. 257 – 264.
- (1861, 1862), *Briefwechsel zwischen Gauß und Schumacher*. Werke, Ergänzungsreihe, Bd. 5, NNo. 3, 4. Hildesheim, 1975.
- Harnack A.** (1900), *Geschichte der Kgl Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin*, Bd. 1. Berlin.
- Hausen Ch. A.** (1734), *Elementa Matheseos*. Leipzig.
- Humboldt A. von** (1850), *Kosmos*, Bd. 3. Stuttgart. *Космос*. М., 1866 – 1871, третье издание.
- Karsten W. J. G.** (1767 – 1777), *Lehrbegriff der gesamten Mathematik*, Bde 1 – 8. Greifswald.
- Kästner A. G.** (1758), *Anfangsgründe der Arithmetik, Geometrie und sphärischen Trigonometrie und Perspective*. Göttingen.
- (1772 – 1801), *Mathematische Anfangsgründe*, Bde 1 – 5. Göttingen.
- (1796 – 1800), *Geschichte der Mathematik seit der Wiederherstellung der Wissenschaften bis an das Ende des 18. Jahrhunderts*, Bde 1 – 4. Göttingen.
- Klügel G. S.** (1770), *Analytische Trigonometrie*. Braunschweig.
- (1778), *Analytische Dioptrik*, Bde 1 – 2. Leipzig.
- (1803 – 1808), *Mathematisches Wörterbuch*, Bde 1 – 3. Leipzig.
- Küssner** (1981), Der Gauß-Schüler Peter Paul Titel aus Ungarn (1784 – 1831), Direktor der Sternwarten Erlau und Ofen. *Mitt. Gauß-Ges. Göttingen*, No. 18, pp. 7 – 29.
- Pasquich J.** (1790 – 1791), *Unterricht in der mathematischen Analysis und Maschinenlehre*, Bde 1 – 2. Leipzig.
- (1799), *Elementa analyseos et geometriae sublimioris*, Bde 1 – 2. Leipzig.
- Poggendorf J. C.** *Biographisch-Literarisches Hdwb der exakten Wissenschaften*. Многотомный справочник биографических сведений и библиографии работ учёных в области математики и естествознания различных стран. Справочник продолжает выходить.
- Poschek M.** (1957), *C. F. Gauß. Eine Bio-Bibliographie*. Prüfungsarbeit der Bibliotheksschule Hamburg.
- Salé H.** (1957), Daten aus dem Leben und Wirken von C. F. Gauß. In *C. F. Gauß. Gedenkband*, pp. 15 – 36. Редактор H. Reichardt. Leipzig.
- Sartorius von Waltershausen W.** (1856), *Gauß zum Gedächtnis*. Wiesbaden, 1965.
- Savérien A.** (1775), *Histoire des progrès l'esprit humain dans les sciences naturelles et dans les arts qui en dépendent*. Paris.
- Segner J. A.** (1758 – 1767), *Cursus mathematicus*, vols 1 – 5. Halle.
- (1761 – 1763), *Elementa analyseos infinitorum*, vols 1 – 2. Halle.
- Stargardt J. A.** (1971), *Autographenkatalog*, No. 595. Marburg.
- Tetens J. N.** (1785 – 1786), *Einleitung zur Berechnung der Leibrenten und Anwartschaften*, Bde 1 – 2. Leipzig.
- Vega G.** (1783), *Logarithmischen, trigonometrischen und anderen zum Gebrauche der Mathematik eingerichteten Tafeln und Formeln*. Wien.
- (1786 – 1802), *Vorlesungen über die Mathematik*, Bde 1 – 4. Wien.
- (1793), *Logarithmisch-trigonometrisches Handbuch*. Leipzig.
- (1794), *Thesaurus logarithmorum completus*. Leipzig.
- Wolf R.** (1858), Jacob Bernoulli von Basel. *Biographien zur Kulturgeschichte des Schweiz*, 1. Cyclus. Zürich, pp. 133 – 166. **S, G**, 43.
- (1860), Joh. Heinrich Lambert von Mühlhausen. *Ibidem*, 3. Cyclus. Zürich, pp. 317 – 356. **S, G**, 34.
- Wolff Chr.** (1716), *Mathematisches Lexicon*. Leipzig.
- (1717), *Auszug aus den Anfangsgründen aller mathematischen Wissenschaften*. Halle.

II

К. Ф. Гаусс

Определение разности широт обсерваторий в Гёттингене и Альтоне по наблюдениям при помощи зенитного сектора Рамсдена

C. F. Gauß, Bestimmung des Breitenunterschiedes
zwischen den Sternwarten von Göttingen und Altona
durch Beobachtungen am Ramsden'schen Zenithsector (1828).
Abhandlungen zur Methode der kleinsten Quadrate.
Hrsg. A. Börsch, P. Simon (1887). Vaduz, 1998, pp. 152 – 189

1. Введение

Обсерватории в Гёттингене и Альтоне точнейшим образом связаны тригонометрической цепочкой треугольников, проложенной мной в 1821 – 1824 гг. вдоль меридиана Гёттингена. В будущем эти измерения станут известны в подробностях; мы только заметим, что линейные размеры цепочки основаны на базисе, который с исключительной точностью измерил проф. Шумахер. Этот базис соединяет систему треугольников со стороны Гамбург – Hohenhorn, а ориентирование триангуляции основано на наблюдениях в Гёттингене пассажным инструментом, поскольку и обсерватория [в Гёттингене], и марка [хорошо видимая визирная цель вблизи инструмента], расположенная на меридиане Гёттингена к северу от обсерватории, являются пунктами триангуляции.

По примечательной игре случая обсерватории в Гёттингене и Альтоне расположены на одном и том же меридиане с уклонением, меньшим ширины дома. Хотя абсолютные высоты полюса определены при помощи неподвижных меридианных инструментов, было всё-таки важно установить разность широт [указанных обсерваторий] при помощи других инструментов. Я был счастлив тем, что смог применить для этого превосходный зенитный сектор Рамсдена, который, как известно, послужил для подобной же цели в английском градусном измерении. Основным предметом этой статьи является описание наблюдений, проведенных мной весной 1827 г. с этим инструментом и их результатов.

При наблюдении этим инструментом многих звёзд подряд трудно обойтись без умелого помощника, и проф. Шумахер с разрешения Его Величества короля Дании любезно поручил инженер-лейтенанту фон Nehus эту задачу на обоих пунктах. Этот очень искусный наблюдатель взял на себя отсчитывание по микрометру и установку отвеса, а я сам наблюдал прохождение [звёзд] через меридианную нить (Meridianfaden) und den auf den Meridian senkrechten Faden auf die Sterne einstellte.

Только при двух первых ночах наблюдения в Альтоне у меня был другой помощник, однако те наблюдения были отброшены, потому что подтвердилось, что разные наблюдатели по-разному

наводят нить отвеса на визирную цель [ошибка за фазу у них различна].

Инструмент достаточно известен по подробному описанию у Мадж¹. В Гёттингене он был установлен в самой обсерватории unter dem östlichen Meridianspalt. В Альтоне это не удалось, и там он был установлен в саду проф. Шумахера, в котором тамошняя обсерватория и находится, притом в той же палатке, которой Мадж пользовался в Англии. Устойчивость установки на двух столбиках, соединенных рамой, не оставляла желать ничего лучшего. Нивелирование вертикальной оси ежедневно проверялось, и обычно не требовалось ничего подправлять, и то же можно сказать про горизонтальную ось.

Чтобы привести в меридиан плоскость [вертикального] лимба в Гёттингене применили южную меридианную марку, установленную в меридиане западного Spaltes, азимут которой в точке стояния инструмента всё же можно было определить с высокой точностью. В Альтоне подобный метод не удалось применить. Зная абсолютное время, и наблюдая кульминирующую звезду, лимб вначале устанавливали почти в меридиане, а из наблюдения многих звёзд по всему лимбу легко определялась небольшая требуемая поправка. И, как было упомянуто, каждую ночь наблюдалось прохождение меридиональных нитей кульминирующими звёздами. Прямые восхождения звёзд были известны, и поэтому верная установка в меридиане находилась под постоянным надёжным контролем. Лишь один раз потребовалась незначительная поправка.

Как правило, от одной ночи к другой восточное или западное положение лимба менялось, лишь к концу наблюдений от этого правила иногда отклонялись, чтобы число наблюдений при каждом положении лимба оказалось примерно одинаковым; положение сектора тогда изменялось один или несколько раз.

Отсчёты по барометру и по внутреннему [в палатке] и внешнему термометрам записывались каждую ночь по меньшей мере трижды, в начале, в середине и в конце наблюдений. Определялась по примеру Маджа и разность температур над и под сектором, поскольку лимб и [металлический] радиус изменяются с температурой в различных соотношениях. И вообще тщательно соблюдались все требуемые меры предосторожности, связанные с устройством инструмента.

Так, аккуратно наполнялся сосуд для воды, в котором висел отвес; микрометрический винт, поскольку было возможно, отсчитывался при одних и тех же оборотах². Другие меры, видимо, можно специально не описывать. При наблюдении каждой звезды вертикальная нить устанавливалась на верхнем штрихе (на центре градуированной дуги) независимо от прежнего положения, а установка на следующем штрихе (или на обоих следующих) повторялась, как правило, многократно, и из различных отсчётов по винту микрометра, которые в основном совпадали с точностью до немногих десятых долей секунды, принималось среднее.

2. Наблюдаемые звёзды

Вначале я выбрал 38 удобно расположенных звёзд, но перед окончанием работы в Гёттингене добавил пять других, потому что опасался, что ввиду неблагоприятной погоды окончание наблюдений в Альтоне может затянуться настолько, что заметную часть отобранных вначале звёзд нельзя будет достаточно часто наблюдать при кульминациях в дневное время. Впрочем, это опасение подтвердилось лишь в небольшой степени, и только одна звезда в Альтоне была отнаблюдена при одном положении лимба.

Я указываю среднее положение этих звёзд, редуцированное на начало 1827 г. Склонениями служат результаты, полученные при наблюдении зенитным сектором, а прямые восхождения, точнейшее определение которых для нашей цели не было существенным, большей частью были основаны на однократном наблюдении меридианным кругом. Их редуцирование любезно выполнил г-н фон Хейлигенштейн.

[Приведена таблица координат 43 звёзд на 1827 г., – на начало этого года, как указано в основном тексте. Название координат приводятся сокращённо: G. Aufst. = gerade Aufsteigung, Declin. = Declination. Названия 16 звёзд не даны.]

Звёзды 8, 13, 15 и 31 двойные. Для звезды 8 имеется в виду вторая звезда, для 13 и 15 – среднее, а в номере 31 вторая звезда так слаба, что даже в затемнённом с опытной целью поле зрения она не была видна. Проф. Шумахер, однако, сразу же заметил её в более светосильную трубу [трубу с более светосильным объективом] меридионального круга Рейхенбаха. Нам в то время не было известно, что и другие астрономы распознали эту звезду как двойную.

3. Наблюдения

Сплошное копирование журнала наблюдений в его исходном виде более чем вдвое увеличило бы объём этой статьи. Это показалось мне излишним, и я привожу наблюдения, упорядоченные по звёздам.

В первой колонке таблицы [не воспроизведена] указаны зенитные расстояния, полученные из наблюдений, т. е. просто отсчёты (*blosse Reduktion der Ablesung*). Северные зенитные расстояния считаются положительными, а южные – отрицательными. Во второй колонке указано совместно рефракция и действие неравного расширения инструмента ввиду неравенства верхней и нижней температур. Крайние расхождения температур составили $1,2^\circ$ по Реомюру (верхняя температура была выше нижней) и $-0,6^\circ$. Чтобы получить исправленный результат для суждения о соответствии результатов наблюдений, я не пожалел усилий и определял поправки каждого отдельного результата, причём применил некоторые целесообразные вычислительные приёмы (*Rechnungsvorteile*).

В третьей колонке приведены редукции средних мест за aberrацию, нутацию и прецессию на начало года, а для некоторых звёзд и собственные движения. Именно, годичное собственное движение в склонении было принято равным для звезды 10, $-0,^{\circ}42$; для звезды 25, $0,^{\circ}33$;

для звезды 37, 0,"38.

Для первых двух из этих звёзд собственное движение было давно установлено, а для номера 37 при сравнении с определением Пиацци, если заранее считать его верным, оно не может быть оспорено³.

Вычисление аберрации, нутации и прецессии было основано на ценных таблицах Baily и, соответственно, при помощи фон Nehus и Петерсена для каждой звезды были составлены эфемериды через каждые 10 дней. Интерполирование производилось с учётом вторых разностей.

Наконец, четвёртая колонка содержит сумму трёх первых, т. е. истинное зенитное расстояние, не исправленное только за счёт коллимационной ошибки, на начало 1827 г. по каждому отдельному наблюдению.

4. Результаты

4.1. Самое безыскусное сочетание наблюдений для вывода разности широт мест наблюдения состоит в том, что каждую звезду рассматривают по отдельности⁴. Обозначим наблюденные зенитные расстояния в Гёттингене при восточном и западном расположении лимба⁵ через a_1 и a_2 , а в Альтоне через b_1 и b_2 . Тогда разность широт будет равна

$$\frac{1}{2}[(a_1 + a_2) - (b_1 + b_2)]. \quad (1)$$

Таким образом будет получено столько результатов, сколько звёзд было полностью отнаблюдено, т. е. 42, поскольку звезда номер 5 наблюдалась в Альтоне только при одном положении лимба и выпадает.

При равном числе наблюдений каждой звезды, относящихся к a_1, a_2, b_1, b_2 , все отдельные разности широт считались бы равноточными, и вероятнейшим результатом было бы обычное среднее арифметическое⁶. Но в наших наблюдениях эта предпосылка не выполнена, и отдельным результатам следует приписывать неравные веса в соответствии с числом наблюдений.

Если позволить себе считать погрешности всех отдельных результатов независимыми, принять вес одного-единственного наблюдения за единицу, а количества наблюдений, соответствующие значениям a_1, a_2, b_1, b_2 , обозначить через $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$, то по известным основаниям вес результата (1) будет равен

$$4 \div [1/\alpha_1 + 1/\alpha_2 + 1/\beta_1 + 1/\beta_2]. \quad (2)$$

Вот сводка наших 42 результатов. [Приведены 42 разности широт с их весами. Весовое среднее и его вес равны $2^\circ 0' 56,"52, 213,41^7$.]

4.2. Обозначим n измерений некоторой величины через $A_1, A_2, \dots$ с весами $p_1, p_2, \dots$, через A^* – среднее весовое значение и

$$M = p \sum (A_i - A^*)^2.$$

Тогда (Гаусс 1823, § 38) приближённое значение средней ошибки наблюдений того же вида с единичным весом будет равно

$$\sqrt{M/(n-1)}.$$

В нашем случае $M = 103,4126$, средняя ошибка одного наблюдения $\sqrt{103,41/41} = 1,5882$. Средняя ошибка, которой следует опасаться⁸ в выводе разности широт, равна делению средней ошибки одного наблюдения на квадратный корень из веса этого результата. В нашем случае она равна $0,1087$ $[=1,5882/\sqrt{213,41}]$.

Реальность изменения коллимационной ошибки очевидна, и нет никаких сомнений в том, что оно произошло во время переезда с одного места в другое, хоть при этом и были приняты все возможные меры предосторожности.

4.3. Коллимационная ошибка инструмента определяется из наблюдений каждой звезды и в Гёттингене равна $1/2(a_2 - a_1)$ с весом $4\alpha_1\alpha_2/(\alpha_1 + \alpha_2)$, а в Альтоне, $1/2(b_2 - b_1)$ с весом $4\beta_1\beta_2/(\beta_1 + \beta_2)$, см. следующую таблицу. [Приведены 43 значений коллимационной ошибки с её весом по отдельности для Гёттингена и Альтоны. Средние значения

в Гёттингене $3,75$ с весом $455,17$

в Альтоне $1,40$ с весом $432,18$]

4.4. Полученным результатом вполне можно удовлетвориться, но по крайней мере в теоретическом плане нелишне заметить, что сочетание наблюдений в § 4.1 не является выгоднейшим, поскольку не в каждом случае наблюдения были поровну распределены между двумя положениями сектора.

По существу определение истинного зенитного расстояния в Гёттингене по формуле $1/2(a_2 + a_1)$ обладает весом $4\alpha_1\alpha_2/(\alpha_1 + \alpha_2)$, но будь коллимационная ошибка в Гёттингене точно известна и равна f , то соответствующее истинное зенитное расстояние и его вес были бы равны

$$\frac{\alpha_1(a_1 + f) + \alpha_2(a_2 - f)}{\alpha_1 + \alpha_2}, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{4\alpha_1\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} + \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)^2}{\alpha_1 + \alpha_2},$$

т. е. вес увеличивается если $\alpha_1 \neq \alpha_2$.

Так же обстоит дело в Альтоне и таким образом даже наблюдения при одном положении лимба (как произошло со звездой номер 5) увеличивает точность, пусть незначительно. Коллимационная ошибка в обоих местах была определена не *абсолютно* точно, но легко убедиться, что ввиду этого вес среднего значения убывает неощутимо.

4.5. Если требуется всё же вывести результаты, вполне удовлетворяющие требованиям строгой теории, то необходимо будет определять разность широт, коллимационные ошибки и истинные зенитные расстояния отдельных звёзд на каждом из

двух мест (в нашем случае, 46 неизвестных) по всем наблюденным величинам (171) из такого же числа уравнений, сочетая их по предписаниям теории вероятностей⁹. Обозначим коллимационные ошибки в Гёттингене и Альтоне через f и g , разность широт через h и истинное зенитное расстояние какой-либо звезды в Гёттингене через k . Тогда её наблюдения приведут к четырём уравнениям

$$a_1 = k - f, a_2 = k + f, b_1 = k - g - h, b_2 = k + g - h$$

с весами $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$. Вряд ли нужно напоминать, что для упрощения вычислений целесообразно заменять эти неизвестные $[f, g, h, k]$, которые включают и необходимые поправки, их значениями, определёнными с хорошим приближением, которые мы обозначим через f_0, g_0, h_0 , и k_0 . Тогда можно будет принять, что

$$k_0 = \frac{\alpha_1(a_1 + f_0) + \alpha_2(a_2 - f_0) + \beta_1(b_1 + g_0 + h_0) + \beta_2(b_2 - g_0 + h_0)}{\alpha_1 + \alpha_2 + \beta_1 + \beta_2}.$$

При следовании предписаниям (которые при использовании метода наименьших квадратов к лишь как-то составленным (nur etwas zusammengesetzte) случаям никак нельзя упускать из вида) и применении *косвенного* решения, работа, которая иначе и при непосредственных исключениях была бы невыносимо тяжёлой, оказывается лёгкой ипрой¹⁰.

4.6. Успехом этого вычисления, подробно описывать которое нет смысла, является то, что в прежние определения вовсе не вносятся значительные поправки. Разность широт изменилась на $-0,014$, коллимационные ошибки в Гёттингене и Альтоне, на $0,012$ и $-0,014$. Таким образом,

разность широт ... $2^\circ 0' 56,51$ с весом 217, 67
 коллимационная ошибка в Гёттингене ... $3,76$ с весом 457,03
 коллимационная ошибка в Альтоне ... $1,39$ с весом 437,64

Соответственно, изменения принятых в § 4.5 истинных зенитных расстояний отдельных звёзд в Гёттингене почти все менее $0,01$. Выписывать их полученные значения было бы излишним, потому что они оказались теми же самыми, из которых, если полагать, что высота полюса в точке стояния была равна $51^\circ 31' 47,92$, выше были получены склонения звёзд. Напротив, мы указываем разности, оставшиеся после подстановки найденных значений в 171 уравнений.

[Приведена таблица этих четырёх разностей для каждой из 43 звёзд. Для звезды номер 1 они, к примеру, оказались равными $0,07, 0,09, -0,26$ и $0,13$. Выше были упомянуты лишь три величины, в § 4.5 – четыре; четвёртой было истинное зенитное расстояние. Но в Гёттингене, как сказано выше, изменения этого расстояния были менее $0,01$ (видимо, по абсолютной величине),

здесь же для первых четырёх звёзд они оказались равными 0,"13, – 0,"53, – 0,"18 и – 0,"17.]

4.7. Сумма квадратов этих 171 разностей равна 292,8249. В соответствии с упомянутой теоремой (Гаусс 1823, § 38) приближённое значение средней ошибки простого наблюдения равно корню квадратному из дроби, числителем которой является указанная сумма, а знаменателем – превышение числа наблюждённых данных над числом неизвестных, которые определяются по методу наименьших квадратов¹¹.

В нашем случае это превышение равно $171 - 46 = 125$ и средняя ошибка равна 1,"5308, что лишь немного отличается от найденного в § 4.2 значения. Средняя ошибка, которой следует опасаться в окончательном значении разности широт, поэтому равна

$$1,"5308/\sqrt{125} = 0,"1038.$$

[217, 67 – вес разности широт, см. § 4.6.]

4.8. В предыдущих вычислениях предполагалось, что погрешности различных наблюдений полностью независимы друг от друга, т. е. могут рассматриваться как чисто случайные¹². Но очевидно, что эта предпосылка не совсем верна: все α_1 наблюдений, которые совместно определяют некоторое a_1 , в соответствии с природой инструмента относятся к одному и тому же штриху [лимба]¹³. Поэтому кроме собственно чисто случайных ошибок наблюдения включается погрешность этого штриха, и то же имеет место для a_2 , b_1 и b_2 .

Погрешности штрихов неизвестны, но по отношению к 171 результату наблюдений они также чисто случайны и могут рассматриваться как независимые друг от друга, поскольку случаев, при которых различные наблюдения относятся к одному и тому же штриху, весьма мало, и ими можно пренебречь. Учёт этого обстоятельства приводит к необходимости видоизменить данные выше вычисления, хотя в конечном итоге результаты практически совсем не изменятся.

Обозначим собственную среднюю ошибку наблюдения, которая за исключением ошибки штриха происходит лишь от случайных причин, через m , а среднюю ошибку деления через μ . Тогда полная средняя ошибка наблюдения будет равна $\sqrt{m^2 + \mu^2}$, а средняя ошибка среднего из α_1 наблюдений, относящихся к одному и тому же штриху, $\sqrt{m^2/\alpha_1 + \mu^2}$, или, при $\mu^2 = m^2\theta$, $m\sqrt{1/\alpha_1 + \theta}$.

Вес наблюдения *без учёта ошибки штриха* был принят за единицу, а вес α_1 наблюдений будет равен

$$\frac{\alpha_1}{1 + \alpha_1\theta}. \quad (3)$$

Аналогично веса для a_2 , b_1 , b_2 наблюдений будут равны

$$\frac{\alpha_2}{1+\alpha_2\theta}, \frac{\beta_1}{1+\beta_1\theta}, \frac{\beta_2}{1+\beta_2\theta}. \quad (4)$$

В соответствии с первым методом сочетания наблюдений вес разности широт по наблюдению одной звезды будет равен

$$\frac{p}{1+p\theta},$$

где через p обозначено выражение (2). Соответственно, из всех 42 случаев выводится среднее.

При втором методе сочетания наблюдений, напротив, каждое из 171 уравнений должно получить свой вес, который определяется по формулам (3) и (4). Конечно, изменение конечного результата и его средних ошибок, которых следует опасаться, может произойти только тогда, когда новые веса не пропорциональны прежним.

В прежнем методе лишь результаты длинных рядов наблюдений получали некоторое предпочтение. Учёт ошибок штрихов несколько смягчал его, и тем значительнее, чем значительнее были предположены эти ошибки. При наблюдениях с инструментом, в котором ошибки штрихов намного превосходят ошибки собственно наблюдений, можно лишь считать, что все наблюдения равно надёжны¹⁴.

4.9. Никаких трудностей в указанных методах таким образом нет, если только коэффициент θ известен. Его приближённое значение можно установить косвенным путём, о котором мы дадим только понятие.

Прежде всего заметим, что сами наблюдения представляют средство очень надёжно определить собственную среднюю ошибку m . Это m оказывается независимой от погрешности штрихов в разностях отдельных значений наблюдений [?], из которых каждое a_1 (или a_2, b_1, b_2) является средним и когда a_1 очень велико, то сумма квадратов этих разностей отдельных значений a_1 от среднего следует считать приближённым значением $(a_1 - 1)m^2$.

Подобное отдельное определение может в нашем случае, когда $a_1 \leq 7$, значительно отклоняться от верного значения. Но сумма всех 171 частичных сумм (для всех a_1, a_2, b_1, b_2 и для всех звёзд) должна в соответствии с основными теоремами теории вероятностей очень мало отличаться от

$$[\sum (a_1 - 1) + \sum (a_2 - 1) + \sum (\beta_1 - 1) + \sum (\beta_2 - 1)]m^2,$$

а в нашем случае от $728m^2$. Сумма 171 частных сумм равна 844,50 и потому весьма надёжное значение m равно 1,0770, что существенно меньше значений, найденных в §§ 4.2 и 4.7¹⁵. Полностью подтверждается влияние ошибок штрихов, ввиду которых прежние выведенные числа не могут представлять верного результата.

4.10. Не зная непосредственно среднюю ошибку штрихов, можно теперь косвенно определить θ так, чтобы применяя первый (§ 4.2) или второй (§ 4.7) метод, средняя ошибка одного наблюдения, вес которого был принят равным единицей, снова оказалась равной найденному значению m .

Впрочем, недостаточно было показано, что подобное исследование следует продолжать до тех пор, пока не наступит полное совпадение. Напротив, представляется достаточным, как было выяснено при другом методе рассмотрения, что последнее значение θ могло лишь немного отличаться от 0,2, и это значение уступает первому методу сочетаний¹⁶, так что

разность широт равна $2^{\circ}0'56,750$ с весом 104,29
средняя ошибка наблюдения с весом единица равна $1,1317$

Средняя ошибка, которой следует опасаться в окончательном результате, поэтому равна $0,1108$.

Применение второго метода сочетания наблюдений с тем же значением θ вероятно приведёт к ещё более близкому приближению к указанному выше значению m и уменьшит разность широт быть может на $0,01$, вес же его наверняка увеличит несколько меньше, но вряд ли имеет смысл заново проделать это вычисление.

Можно поэтому придерживаться только что указанного значения разности широт, а его погрешность считать вероятной в пределах $\pm 0,07$ ¹⁷.

4.11. Оставляя указанное выше значение θ , мы получим среднюю ошибку деления $m\sqrt{\theta} = 0,48$. Так называемую вероятную ошибку деления можно будет поэтому считать равной $0,32$ ¹⁸. Эта ошибка очевидно зависит только от неравномерности ошибок штрихов или от уклонения отдельных штрихов от какого-то воображаемого как можно более точно равномерного распределения штрихов, чья абсолютная точность здесь никак не может быть поставлена под вопрос.

Иными словами, найденная разность широт с приписанной ей точностью, строго говоря, относится только к среднему сектору и зависит от его абсолютной верности. Инструмент вовсе не предоставляет астроному независимого средства проверки этого. Если, однако, иметь в виду, что конечный штрих сектора нанесен исключительно точно, и что речь идёт только о небольшой части всей дуги, то следует принять, что ввиду указанного источника погрешности ненадёжность выведенной разности широт возросла лишь очень немного. Контроль абсолютной верности штрихов представляют также наблюденные мной меридианным кругом Рейхенбаха зенитные расстояния тех же 43 звёзд. Разности расстояний относительно определённых зенитным сектором, расположенные по склонениям, не выявили никаких следов закономерности.

4.12. Центр зенитного сектора в Гёттингене был на 1,060 туаза севернее и на 7,595 туазов восточнее центра оси меридианного

круга Рейхенбаха, в Альтоне же на 13,511 туаза южнее и на 2,578 туаза западнее средней точки тамошнего меридианного круга. Редукция разности широт сектора к меридианному кругу поэтому составила 0,"07 в Гёттингене и 0,"85 в Альтоне, а разность широт относительно меридианных кругов Рейхенбаха составила 2°0'57,"42.

4.13. Абсолютная высота полюса, на которой основывались склонения звёзд, выведенные по зенитным расстояниям, покоилась на 89 наблюдениях северных звёзд на меридианном круге Рейхенбаха в обеих кульминациях при непосредственном наблюдении и наблюдении в отражении от водной поверхности. Наблюдения 1824 г., которые составили их основную часть, пока неизвестны, и я поэтому составляю все наблюдения и только замечая, что в основном непосредственно наблюдались прохождения звёзд через вторую, четвёртую (среднюю) и шестую нити, а в отражении наблюдались прохождения через первую, третью, пятую и седьмую нити.

Редуктирование зенитных расстояний на момент кульминаций дано здесь в среднем с исправлением за рефракцию по таблицам Бесселя. Расстояния, однако, искажены коллимационной ошибкой и действием изгиба трубы. [Приведена таблица зенитных расстояний северных звёзд, измеренных 13 мая 1820 г. и в апреле и мае 1824 г. Указаны непосредственные наблюдения и наблюдения отражений верхних и нижних кульминаций, положения круга (восточное или западное) и количество наблюдений. Названия звёзд не указаны. Отдельно сообщаются изменения склонений северных звёзд, вычисленные по таблицам Бесселя. Принятые сокращения: U. C. и O. C. – нижняя и верхняя кульминации.]

4.14. Обозначим изгибание трубы (или изменение положения оптической оси, спроектированной на плоскость разделённого круга), происшедшее ввиду действия силы тяжести на соединённые в единое целое составные части инструмента¹⁹, при горизонтальном положении оптической оси через f , а при её вертикальном положении, через g . Примем заранее, что это изгибание пропорционально силе тяжести; при исключительной малости влияния этой силы указанная предпосылка представляется несомненно верной.

При наклоне оптической оси z изгибание окажется тогда равным $f \sin z + g \cos z$, а при коллимационной ошибке e и отсчитанном зенитном расстоянии z истинное зенитное расстояние будет равно

$$z - e + f \sin(z - e) + g \cos(z - e). \quad (5)$$

При полностью симметричной трубе g совершенно исчезло бы, но никакая человеческая техническая работа не является абсолютно совершенной, а кроме того полная симметрия в некоторой степени искажилась бы весом балансира. Представляется поэтому, что вполне возможно добавление одной или двух десятых долей секунды в значение g . Когда вычисление

производится до десятых или даже сотых долей секунды, было бы непоследовательно не учитывать вторую часть изгиба [зависящую от g], если это только возможно.

4.15. Дополненная до 90° полуразность между непосредственными наблюдениями зенитного расстояния и его наблюдениями в отражении определяет зенитное расстояние, очищенное от коллимационной ошибки и первой части формулы (5). Оно искажено только второй частью этой формулы, знак которой зависит от расположения круга на востоке или западе.

Это зенитное расстояние очевидно относится к вертикали на том месте, на котором оптическая ось пересекает сосуд с водой. Для обеих кульминаций северных звёзд существующее здесь различие оказывается несущественным, и вертикаль находится на $0,05$ севернее оси круга. Для наших целей это сочетание наблюдений уместнее, поскольку мы отказываемся от предпосылки неизменности коллимационной ошибки в течение всех длительных наблюдений 1824 г.

Вес такого определения, если число непосредственных наблюдений равно α , а наблюдений отражения – β , будет равен $4\alpha\beta/(\alpha + \beta)$, поскольку ошибки наблюдений считаются чисто случайными и независимыми друг от друга²⁰.

4.16. Обозначим через φ высоту полюса в точке сосуда с водой, через δ_1 – склонение северной звезды в нижней кульминации 13 мая 1820 г. и через δ_2 – склонение северной звезды в верхней кульминации 20 апреля 1824 г. Тогда из наблюдений будут следовать ...

[Приведено 14 линейных уравнений, связывающих δ_1 (или δ_2), φ и g с наблюдениями, и их веса. Для четырёх неизвестных величин δ_1 , δ_2 , φ и g выводятся шесть уравнений и указываются их веса.]

По методу наименьших квадратов получены следующие значения²¹

$$\delta_1 = 88^\circ 20' 50,33, \quad \delta_2 = 88^\circ 22' 18,28, \\ \varphi = 51^\circ 31' 47,90, \quad g = 0,17$$

Вес определения φ здесь равен 60,8. Чтобы получить своего рода мерило для точности наблюдений, мы подставляем полученные значения в исходные 14 уравнений. Остаточные ошибки²² оказались равными ... [Приведены 14 *ошибок* с весами соответствующих уравнений.] Сумма их квадратов с учётом весов равна 9,6184 и средняя ошибка одного наблюдения равна $\sqrt{9,6184/10} = 0,981$ [$10 = 14 - 4$].

Средняя ошибка, которую следует опасаться в высоте полюса, поскольку она зависит от незакономерно действующих причин, равна $0,981 / \sqrt{60,8} = 0,126$. Впрочем, ненадёжность результата должна быть значительнее, поскольку предположение о том, что погрешности наблюдений независимы друг от друга, не вполне верно. При одноимённых наблюдениях одной кульминации и одноимённых кульминаций в течение многих дней²³ отсчитанные результаты оказываются почти теми же самыми. При

использовании верньера отсчёты почти всегда производятся по различным штрихам, но их незакономерные погрешности при нашем методе входят в среднюю ошибку одного наблюдения, – в 0,00981, – и поэтому, естественно, что в различных частях лимба должны преобладать определённые и не равные друг другу средние ошибки. Они, правда, непременно очень малы.

В 1826 г. я наблюдал через четыре превосходных микроскопа Репсоляда и крайне тщательно проверил 30 штрихов в интервале 12 – 20°, включив каждый из них почти 200 раз в изменяющихся сочетаниях. В результате среднее из ошибок по двум диаметрально противоположным штрихам A и $A + 180$, поскольку некоторая закономерность должна ещё быть определена, по возможности точно выражается формулой

$$- 1,023 \cos (2A - 28^\circ 28') - 0,022 \cos (4A - 47^\circ 56'). \quad (6)$$

Остающаяся ошибка представляется незакономерной и корень квадратный из среднего значения её квадрата равен 0,032. Вначале я решил исследовать вдвое больше штрихов, однако при незначительности полученного результата мне показалось, что большая затрата времени не приведёт ни к чему. Не нужно напоминать, что первый член закономерной ошибки (6) сам собой отпадает, как это всегда и было, при отсчёте по всем четырём верньерам²⁴. Напротив, если отсчитываются только два противоположных верньера, произойдёт реальное улучшение, и я так и поступаю с тех пор, как со значительным повышением точности отсчётов перешёл от верньеров к двум микроскопам Репсоляда.

4.17. Если принять, что $g = 0$, высота полюса уменьшится на 0,007, а вес этого определения станет равным 84,1. Наблюдения, проведенные в другом месте, видимо подтвердят указанное выше [в § 4.16!] значение g , т. е. его знак и почти точно его величину. Однако, этого ещё недостаточно, чтобы решить столь деликатный вопрос.

Коэффициент f нельзя определить из проведенных наблюдений, если не предположить, что в течение наблюдений 1824 г. коллимационная ошибка не изменялась. Если же допустить эту предпосылку, то надлежащая обработка 28 уравнений²⁵ приводит к

$$\varphi = 51^\circ 31' 47,89 \text{ с весом } 60,9, f = 0,76, g = 0,23$$

Ныне, устанавливая трубу в точку надира, можно ежечасно без перекладки определять коллимационную ошибку с достойной удивления точностью²⁶. Таким образом я дополнительно обосновываю сказанное выше.

4.18. Оговорившись, что будущие исследования определяют поправку, которая вряд ли достигнет полсекунды, я устанавливаю высоту полюса

В Гёттингене:

на месте сосуда с водой
при наблюдении северных звёзд 51°31'47,"90

на месте меридианного круга
Рейхенбаха 51°31'47,"85

на месте зенитного сектора 51°31'47,"92
на последнем основывается редукция склонений близ-зенитных
звёзд

В Альтоне:

на месте зенитного сектора 53°32'44,"42
на месте меридианного круга 53°32'45,"27

4.19. Тригонометрическая связь обсерваторий Гёттингена и
Альтоны выявила, что последняя находится

севернее второй на 115 163,725 туазов, западнее на 7,211 туазов

Эти числа относятся к местам меридианных кругов и основаны
на значении выходной стороны Гамбург – Hohenhorn, равном
138 41,815 туазов. В свою очередь, оно основано на базисе,
который в 1820 г. измерил проф. Шумахер. Однако, поскольку
сравнение применённого жезла с нормальным туазом ещё не
закончено *окончательно*, указанное выше расстояние изменится в
том же соотношении, в котором изменится сам базис. Впрочем,
это изменение в любом случае будет весьма малым.

Средний градус широты между двумя обсерваториями поэтому
равен 571 27,2 туаза, что заметно больше, чем должно было
ожидать по средним значениям градуса, измеренным во Франции
и в Англии.

4.20. Ганноверское градусное измерение ещё раз подтвердило
ту уже несомненную истину, что поверхность Земли вовсе не
является вполне правильной. Её неравномерность была уже
доказана аномалиями в частях французского и английского
градусных измерений и ещё более сильными неправильностями в
высоте полюса многих мест в Италии.

В ганноверском градусном измерении кроме аномалий между
Гёттингеном и Альтоней ещё более значительная неправильность
имеет место у промежуточного пункта триангуляции Брокен.
Представим, что мои треугольники лежат на поверхности
эллиптического сфероида, размеры которого вывел Вальбек по
всем предшествовавшим градусным измерениям и который по
нашим лучшим современным знаниям совершеннее всего
соответствует истинной форме Земли *в целом* (сжатие 1/302,78 и
градус меридиана 570 09,758 туазов). Тогда высота полюса в
Гёттингене будет равна 51°31'47,"85, а широты

Брокена 51°48'01,"85, Альтоны 53°32'50,"79.

Но теперь астрономические определения *уменьшили* высоту
полюса в Альтоне на 5,"52, а по наблюдениям фон Цаха²⁷ в

Брокене *увеличили* высоту полюса в этом пункте на 10 – 11". Во всяком случае, лишь небольшую долю этой разности можно приписать [несовершенству] инструмента и принятым при вычислениях склонениям. Сравнение разности широт Альтоны и Брокена с кривизной²⁸, которая лучше всего соответствует представлению Земли в целом сфероидом, приведёт к уклонению в 16".

По нашему мнению, эту тему рассматривают с ложной точки зрения, если про подобные явления говорят только как о местных уклонениях отвеса и таким образом будто бы рассматривают только отдельные исключения. То, что мы понимаем в геометрическом смысле под поверхностью Земли, есть ни что иное, как та поверхность, которая всюду вертикально пересекает направление силы тяжести и частью которой является поверхность мирового океана.

Направление силы тяжести в каждой точке определяется, однако, формой твёрдой части Земли и её неодинаковой плотностью. На внешней коре Земли, только о которой мы что-то знаем, эта форма и плотность представляются крайне незакономерными. Неправильности плотности могут свободно простираются довольно глубоко под внешнюю кору, что полностью обесценивает наши вычисления, для которых почти нет никаких исходных данных.

Геометрическая поверхность есть результат совместного действия этих неравномерно распределённых элементов [формы и плотности]. Вместо того, чтобы недоумевать по поводу существующих несомненных доказательств неравномерности, думается, что следует удивляться, что они ещё не более значительны.

Будь астрономические наблюдения в десять или в сто раз точнее, чем сейчас, они бы бесспорно повсюду выявили эти неравномерности. Но при нынешнем положении дел ничто, однако, не мешает рассматривать Землю в целом как сфероид вращения, от которого действительная (геометрическая) поверхность всюду отклоняется сильнее или слабее, на протяжении коротких или длинных волн.

Если бы удалось покрыть, как бы обмотать всю Землю *единой* тригонометрической сетью и определить взаимное положение всех её пунктов, то идеальным сфероидом вращения был бы тот, для которого направления вертикалей наилучшим возможным образом совпадали с теми, которые выводятся из астрономических наблюдений. Если оставаться вдалеке от этого недостижимого идеала, то несомненно, что в будущих столетиях математика сможет намного усовершенствовать знание фигуры Земли.

Распространение градусных измерений по существу является лишь началом, при котором выводятся только отдельные результаты для небольшого числа пунктов, расположенных на изолированных линиях. Насколько обильнее окажутся результаты, когда эти тригонометрические операции, которые проводятся в различных странах с подобранными инструментами, соединятся

друг с другом в *единую*, большую, завершённую систему. Быть может не в призрачной перспективе все европейские обсерватории тригонометрически соединятся друг с другом. Уже сейчас существуют подобные связи от Шотландии до Адриатического моря и между островами Форментера и Фюна²⁹, хотя до сих пор полученные результаты доступны лишь частично. Пусть только на это последнее обстоятельство обратят больше внимания, чем раньше. Ценные материалы должны принадлежать научному миру, а не ускользать от него и тем более не подвергаться опасности погибнуть.

Добавление³⁰. Определение размеров земного сфероида Вальбек поместил в небольшом сочинении, лишь два первых листа которого были опубликованы (1819). Он обработал перуанское, оба ост-индских, французское, английское и новое лапландское градусные измерения. Насколько мне известно, он до сих пор был единственным, кто провёл подобное исследование в соответствии с верными и лишёнными произвола принципами.

В каждом отдельном градусном измерении он принимал во внимание только всю дугу в целом, или наблюдения высоты полюса в её конечных точках, но не многочисленные промежуточные пункты, а при вычислениях ограничился первой степенью сжатия.

Поэтому я побудил доктора Шмидта, который известен с положительной стороны многими своими работами, обработать заново эти градусные измерения. Он это и сделал во время печатания последнего листа [публикации Вальбека]. Шмидт принял во внимание более высокие степени сжатия и высоты полюса на всех промежуточных пунктах, а также добавил ганноверское градусное измерение. В соответствии с указанным выше принципом он установил эллипсоид так, чтобы астрономические определения высот полюса были приведены к совпадению с геодезическими измерениями при наименьших возможных изменениях, т. е. так, чтобы сумма квадратов требуемых изменений была наименьшей. Вот результат:

сжатие 1/298,39, градус меридиана 57 010,35 туазов

Наблюдённые высоты полюса в 25 пунктах семи градусных измерений и их наименьшие изменения таковы. [Приведена соответствующая таблица. Сумма изменений по каждому градусному измерению равна нулю.]

Числа в последней колонке [изменения] ни в коем случае нельзя считать погрешностями астрономических наблюдений; они являются алгебраическими суммами этих ошибок и неравномерностей в направлении вертикалей. Если эти общие отклонения обрабатывать по тем же правилам, что и случайные ошибки, то среднее отклонение будет равно 3,"18, а средняя ошибка, которой следует опасаться,

в знаменателе сжатия	12,5 единиц [12,5 сотых]
в длине градуса меридиана	5,0 туаза

Так называемую вероятную ошибку можно оценить равной, соответственно, 8 единицам и 3 туазам³¹.

Это установление наших понятий о степени точности, которую можно обоснованно приписать определению размеров земного сфероида по всем выполненным градусным измерениям, следует считать важным результатом достойнейшего доктора Шмидта, который широко известен по своей работе в другом направлении.

4.21. Сравнение склонений звёзд, полученных зенитным сектором, с предыдущими определениями, поскольку они доступны, небезынтересно. Из наших 43 звёзд 27 были у Пиацци и 13 – в бесселевом каталоге Баддлея. Мы приводим сравнение наших определений 1827 г. с баддлеевскими 1755 г. и определениями Пиацци 1800 г. (редуцированными Бesselем в соответствии с новым определением прецессии). Положительные значения относятся к более северному расположению звёзд, чем у нас. [Приведено это сравнение для 27 звёзд.]

5. Определение широты обсерватории Зееберг

Одновременно с моими наблюдениями в Гёттингене и Альтоне те же звёзды по моей просьбе наблюдал Ганзен, директор обсерватории в Зееберге возле Готы, на тамошнем двухфутовом меридианном круге Эртеля. Полученная разность широт обсерваторий в Зееберге и Гёттингене оказалась ещё интереснее, поскольку первая соединена с ганноверской триангуляцией треугольниками, которые были измерены под руководством генерал-лейтенанта фон Мюффлинга.

В течение наблюдений положение круга несколько раз изменялось, но независимо от этого коллимационная ошибка определялась ежедневно и большей частью дважды в день по установке инструмента в точку надира. Этот метод практически изучил осенью 1826 г. упомянутый выше Ганзен. Отсчёты производились не по верньерам, а по микроскопам.

Ниже приведена таблица [не воспроизведена] основных результатов этих наблюдений. Обозначения звёзд указаны в первой колонке, далее приведены положения круга и количества наблюдений. В четвёртой колонке даны зенитные расстояния, редуцированные мной на начало 1827 г. (северные звёзды указаны со знаком плюс). Наконец, пятая колонка это широта, полученная по склонениям, приведенным в § 2.

Надёжность этих 60 значений широты, конечно, различна. Чтобы назначить веса без произвола нужно знать отношение средней собственной ошибки наблюдения к средней ошибке штрихов лимба. Если оно равно $1/\sqrt{\theta}$ и если отвлечься от небольшой ненадёжности склонений, то вес одного из n наблюдений, отсчитанных по одному и тому же штриху, можно спокойно принять равным³²

$$\frac{n}{1+n\theta}. \quad (7)$$

Если же принять просто n , то среднее из 206 наблюдений окажется равным $50^{\circ}56'5,16$.

Между тем, из наблюдений следует, что ошибки штрихов должны быть существенно больше, чем у зенитного сектора Рамсдена, тогда как собственно ошибки наблюдений могут скорее быть несколько меньше. И определениям, основанным на большем числе наблюдений, чем только на одном или двух, отдаётся слишком много предпочтения.

Но если влияние ошибок штрихов принимается во внимание, то нельзя забывать, что каждое определение коллимационной ошибки включает постоянную часть, зависящую от ошибки соответствующего штриха. Впрочем, ясно, что знак её действия на высоту полюса изменяется при перемене положения круга. Поэтому следует наблюдать при различных положениях круга, применять веса (7) для каждого из двух полученных рядов наблюдений и вычислять среднее для каждого из них, а затем принять обычное среднее из обоих рядов.

Если точное значение θ неизвестно, вычисления следует проводить при трёх предположениях: $\theta = 0, 1$ и ∞ . Тогда высота полюса окажется соответственно

при круге на востоке	$50^{\circ}56'5,75$	$5,69$	$5,71$
при круге на западе	$4,62$	$4,65$	$4,65$
среднее	$5,18$	$5,17$	$5,18$

Видно, что учёт более строгих принципов изменил прежний результат $[50^{\circ}56'5,16]$ совсем незаметно и что можно оставаться на числе $50^{\circ}56'5,17$.

При этих вычислениях не было учтено изгибание трубы. По Ганзену оно составило в горизонте $1,00$, и его следует вычитать из измеренного зенитного расстояния. В наших обозначениях это означает, что $f = -1,00$. Видно, что при учёте этого изгибания высота полюса, выведенная по кульминациям звёзд севернее зенита, несколько увеличивается, а в противном случае убывает. Поскольку первых звёзд больше, средний результат увеличился на $0,02$.

Вторую часть изгибания, т. е. изгибание в вертикальном положении, можно считать постоянным изменением коллимационной ошибки, поскольку все зенитные расстояния оказываются здесь небольшими. Поэтому в нашем способе она исключается сама по себе, точно так же, как ошибки штрихов при определении von jenen sprechenden Teilstreiche.

Из этих наблюдений мы окончательно получаем высоту полюса $50^{\circ}56'05,19$. Упомянутая тригонометрическая связь обсерваторий, вычисленная при указанных размерах земного сфероиды, приводит к разности широт $35'41,86$. При установленной выше высоте полюса в Гёттингене для обсерватории Зееберг она будет равна $50^{\circ}56'05,99$.

Это значение относится к триангуляционному центру, а именно к центру оси пассажного инструмента. Центр оси меридианного круга находится южнее на $1,168$ туазов или на $0,07$. Высота

полюса в этом последнем центре определена тригонометрической связью с Гёттингеном, $50^{\circ}56'05'',92$, и на $0,73$ она превышает ту же величину, определённую астрономически.

Разность долгот, определённая по тригонометрической связи, оказывается равной $47^{\circ}9',20$ или $3^{\text{m}}8,61$, что при наших знаниях очень хорошо совпадает со значением, выведенным из астрономических наблюдений. Из этих измерений следует, что азимут выходной стороны триангуляции Зееберг – южная меридианная марка возле Schwabhausen, расположенная на $4,76$ западнее, так что совпадение можно считать неплохим, учитывая различия в сведениях о некоторых углах в прусском измерении и неопределённости в том, расположен ли пункт триангуляции в точности на меридиане³³, как можно было бы ожидать при хорошем соответствии.

Примечания

1. См. начало книги Mudge & Dalby (1799).
2. При существенном отличии отсчётов по микрометру поправка за рен станет значительной.
3. Верность этого определения собственного движения указанной звезды по восьми наблюдениям подтверждается его близким соответствием с прежними данными шести наблюдений в списке фон Цаха 1803 г. Точное значение этого движения всё же остаётся несколько неопределённым, потому что неизвестен год, к которому относится среднее из наблюдений. Примечательно, что заметное собственное движение обнаружено у звезды седьмой величины. В этом отношении звезда номер 11 видимо тоже заслуживает внимания астрономов. К. Ф. Г.
4. В § 4.8 этот метод сочетаний наблюдений назван первым. Там же введен второй метод.
5. В § 4.4 упоминается не лимб, а сектор, хотя следовало бы придерживаться единого термина.
6. Вначале Гаусс (1809) обосновывал принцип наименьших квадратов получением вероятнейших оценок, но в 1823 г. перешёл к надёжнейшим оценкам. Появление прежнего подхода выглядит странно. В русском переводе мемуара 1823 г. термин *надёжнейший* был ошибочно передан как *вероятнейший*.
7. Ещё в начале XX в. было принято указывать результаты с заведомо ненужной (и обычно фиктивной) точностью, и Гаусс не был исключением.
8. Это выражение Гаусс (1823, §§ 7 и 40) применял и раньше, переняв его у Лапласа. В первом из этих прежних случаев *средняя ошибка, которой следовало опасаться*, означала корень из дисперсии (позднейший термин).
9. Проще было бы упомянуть теорию ошибок, однако ни Лаплас, ни Гаусс не восприняли этот термин Ламберта (Шейнин 2013, § 7.3).
10. Гаусс явно имел в виду итеративное решение системы нормальных уравнений. В письме Герлингу 26 дек. 1823 г. (W-9, с. 278) Гаусс описал вариант такого решения и упомянул оба термина, *косвенное решение* и *непосредственное исключение*, но следовало бы всё-таки указать суть дела.
11. Эта средняя ошибка характеризует точность наблюдений вне зависимости от метода их обработки.
12. Термин *чистая случайность* вышел из употребления.
13. Ниже, как мы понимаем, Гаусс рассуждает о точности нанесения штрихов секторов (лимбов), употребляя несколько терминов: Teilung (деление шкалы), Teilungspunkt, Teilungsfehler, Fehler der Teilung bei diesem Punkte.
14. Можно было бы сказать *равно ненадёжно*.
15. $1,0770 = \sqrt{844,5/788}$.
16. Вывод этого значения не пояснён. Неясно и как получена чуть ниже разность широт и её погрешность.

17. Несколько расплывчатое утверждение. Чуть ниже, уже в § 4.11, используется определение величины μ (§ 4.8)
18. Вероятная ошибка подсчитана при молчаливом допущении нормального распределения.
19. В соответствии с § 4.13 этот инструмент – меридианный круг Репсоляда.
20. См. формулу (2).
21. Здесь несколько удобнее мой метод 1828 г. К. Ф. Г. Это метод уравнивания условных наблюдений.
22. Остаточные свободные члены Гаусс неточно назвал остаточными ошибками. Так же, впрочем, поступали Лежандр и Лаплас.
23. Плохо понятная фраза.
24. Каким-то образом Гаусс перешёл от микроскопов к верньерам.
25. 28 уравнений см. в § 4.13.
26. Я здесь пользуюсь бесценным способом, выполнимость которого впервые установил Боненбергер, неизменно применявший его уже два года. К. Ф. Г.
27. См. *Monatl. Corr.*, Bd. 10, с. 203. В точке примерно 0,°5 южнее пункта триангуляции этот искусный наблюдатель определил значение 51°48'12,°12 по 188 наблюдениям α Aquilae, а по наблюдениям Солнца установил значение 51°48'11,°17. К. Ф. Г.
28. Радиус кривизны меридиана может служить для вычисления разностей широт.
29. Остров Форментера находится в Средиземном море недалеко от побережья Испании, а остров Фюн является составной частью Дании.
30. Это *Добавление* было помещено в самом конце статьи, но мы переместили его в более подходящее место. Поскольку Гаусс уделил много внимания работе Шмидта, следует добавить, что Бессель (1837/1961, с. 84) заявил, что тот *пользовался некоторыми данными, которые мне кажутся неправильными*. Шмидт пользовался данными Вальбека, но присоединил к ним результаты ганноверского градусного измерения. Бессель таким образом косвенно упрекнул Гаусса, хоть и не доказал ничего.
31. Здесь снова (см. Прим. 18) молчаливо допущено нормальное распределение, однако следовало бы указать 8,4 единиц и 3, 4 туаза. Гаусс, правда, добавил *bei dem mittleren Breitengrade*, но, во-первых, подобное примечание следовало бы поместить повыше, и, во-вторых, как полученные оценки зависят от широты?
32. Указанное выше отношение $1/\sqrt{\theta}$ соответствует принятому в § 4.8 обозначению, а формула (7) следует из приведенной там же формулы (3).
33. О каком пункте и каком меридиане идёт речь?

Краткие сведения об упомянутых лицах

Baily Francis, Френсиз Бейли, 1774 – 1844, астроном
 Bohnenberger Johann Gottlieb Friedrich von, Иоганн Готтлиб
 Фридрих фон Боненбергер 1765 – 1831, астроном
 Hansen Peter Andreas, Петер Андреас Ганзен, 1795 – 1874,
 астроном, геодезист
 Mudge William, Уильям Мадж, 1762 – 1820, геодезист
 Müffling Philipp Friedrich Carl Ferdinand Freiherr von, Карл фон
 Мюффлинг, 1775 – 1851, генерал-фельдмаршал, геодезист
 Petersen Adolph Cornelius, Адольф Корнелиус Петерсен, 1804 –
 1854, астроном
 Walbeck Henrik Johan, Генрик Иоган Вальбек, 1794 – 1823,
 астроном

Библиография

Шейнин О. Б. (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. S, G, 11.

Bessel F. W., Бессель Ф. В. (1837, нем.), Определение осей эллиптического сфероида вращения и т. д. В сборнике автора *Высшая геодезия и способ наименьших квадратов*. М., 1961, с. 83 – 98.

--- (доклад, опубл. 1848), Über Maß und Gewicht im Allgemeinen. *Populäre Vorlesungen über wissenschaftliche Gegenstände*. Hrsg. H. C. Schumacher.

Hamburg, pp. 269 – 325. *Популярные чтения о научных предметах*. М., 1859.

Hamel J. (1984), *Friedrich Wilhelm Bessel*. Leipzig.

Gauß C. F., Гаусс К. Ф. (1809, латин.), Теория движения небесных тел ..., кн. 2, раздел 3. В сборнике автора *Избр. геодезич. соч.*, т. 1. М., 1957, с. 89 – 109.

--- (1823, латин.), Теория комбинация наблюдений и т. д. Там же, с. 17 – 57.

--- (1828, латин.), Теория комбинаций ..., Дополнение. Там же, с. 59 – 88.

--- (1958), *Избранные геодезические сочинения*, т. 2. М.

Maennchen Ph. (1930), Gauss als Zahlenrechner. In Gauss, W-10/2, No. 6.

Mudge W., Dalby I. (1799), *An Account of the Operations Carried On for Accomplishing a Trigonometric Survey of England and Wales*. London.

Schmidt E. (1831), Von den Dimensionen der Erde. *Astron. Nachr.*, Bd. 9, pp. 315 – 316, 371 – 372.

Stewart G. W. (1995), Перевод статьи Гаусс (1823) with Afterword. Philadelphia.

Walbeck H. J. (1819), *De forma et magnitudine telluris etc*. Abo.

III

К. О. Мей

Гаусс

К. О. May, *Gauß. Dict. Scient. Biogr.*, vol. 5, 1972, pp. 298 – 315

[1. Введение] Карл Фридрих Гаусс родился в Брауншвейге, Германия, 30 апр. 1777 г., умер в Гёттингене, Германия, 23 февр. 1855 г. Область научной деятельности: математические науки.

Внешне жизнь Гаусса была очень проста. В суровые детские годы в бедной и необразованной семье он развивался исключительно быстро. В 14 лет стипендия герцога Брауншвейгского позволила ему в течение 16 лет сосредотачиваться на интеллектуальных интересах. До достижения 25 лет он уже был известен как математик и астроном, а в 30 лет стал директором обсерватории в Гёттингене. Там, оставляя город лишь ввиду редкой научной необходимости, он проработал 47 лет до своей смерти почти в возрасте 78 лет.

В явную противоположность этой внешней простоте личная жизнь Гаусса оказалась сложной и трагической. Он страдал от политической смуты и ненадёжного финансового положения, связанных с Французской революцией, с периодом правления Наполеона и демократическими революциями в Германии. Найти коллегу-математика он не смог и почти всю жизнь работал в одиночестве. Чёрствый отец, ранняя смерть первой жены, плохое здоровье второй жены, плохие отношения с сыновьями [от второго брака] вплоть до старости лишали его семейного прибежища.

И вот в этой тяжелой обстановке Гаусс оставался поразительно активным в научном смысле. Ранняя страсть к числам и вычислениям перенеслась вначале на теорию чисел, а затем на алгебру, анализ, геометрию, теорию вероятностей и теорию ошибок. Он одновременно проводил напряжённые эмпирические и теоретические исследования во многих отраслях науки, включая астрономические наблюдения, небесную механику, геодезию, капиллярность, геомагнетизм, электромагнетизм, механику, оптику, разработку научного оборудования и страховое дело. Его публикации, обширная переписка, записки и рукописи свидетельствуют, что он был одним из величайших учёных всех времён.

[2] Ранние годы. Гаусс родился в семье городских рабочих, с трудом переходящих из крестьян к нижнему слою среднего класса. Его мать, очень смышленная, но полуграмотная дочь крестьянина-каменщика, была прислугой, затем стала второй женой отца Гаусса, садовника, рабочего разнообразных занятий, мастером (мастером-водопроводчиком), помощником торговца и казначеем небольшого страхового фонда. Единственный родственник, который обладал хоть ограниченным интеллектуальным дарованием, был брат матери, ткацкий мастер¹.

Гаусс описал своего отца как *достойного уважения*, но *властного, неотёсанного и грубого*. Несмотря на несчастливое замужество, мать сохранила бодрый нрав и неизменно оставалась преданной опорой своего единственного сына. Она умерла в возрасте 97 лет, прожив 22 года в его доме.

Без всякой посторонней помощи, без ведома других Гаусс научился считать до того, как стал говорить. В три года, в соответствии с надёжным свидетельством, он исправил ошибку в отцовском подсчёте заработной платы [членов его бригады]. Он сам научился читать и наверняка напряжённо продолжал арифметические опыты, потому что в первом *арифметическом* классе в возрасте восьми лет поразил учителя, мгновенно решив задачу, предложенную детям, чтобы только занять их надолго, а именно подсчитав сумму первых ста натуральных чисел.

К счастью, отец не отыскал возможности коммерчески использовать необычную вычислительную одарённость сына, а учитель догадался снабдить его книгами и поощрить его дальнейшее интеллектуальное развитие. В возрасте 10 лет Гаусс учился у помощника учителя Мартина Бартельса, впоследствии учителя Лобачевского в Казани².

В 1788 г. отца убедили позволить Гауссу поступить в гимназию и заниматься после уроков, а не пряхсть, т. е. не помогать содержанию семьи. В гимназии Гаусс очень скоро продвигался по всем наукам, притом главным образом самостоятельно, но особенно в греческом и латинском языках и математике. Циммерман, профессор местного колледжа Collegium Carolinum, впоследствии член тайного совета герцога Брауншвейгского, стал его другом, поощрял его и оказывал добрые услуги при дворе.

В 1792 г. герцог Карл Вильгельм Фердинанд назначил Гауссу стипендию, который после этого стал независимым. При поступлении в этот Брауншвейгский колледж в том же 1792 г. Гаусс был научно образован и знал древние языки намного лучше, чем было обычно в то время для его возраста. Он ознакомился с элементарной геометрией, алгеброй и анализом (нередко отыскивая важные теоремы до того, как доходил до них в своём обучении). Но он к тому же обладал обильными арифметическими сведениями и глубоко прочувствовал многие теоретико-числовые схемы.

Обширные вычисления и изучение их результатов, часто показываемые в таблицах, привело его к тесному знакомству с отдельными числами и обобщениям, которые он применял для совершенствования своей вычислительной способности. Его эвристическая схема научных изысканий была уже разработана на всю жизнь: обширные эмпирические исследования, ведущие к предположениям и новым индуктивным соображениям, которые руководили дальнейшими экспериментами и наблюдениями³. Таким образом он уже независимо открыл закон [Титиуса –] Боде планетных расстояний от Солнца, биномиальную теорему для рациональных показателей и арифметико-геометрическое среднее.

В течение трёх лет в колледже Гаусс продолжал изучать свою эмпирическую арифметику. В одном случае он отыскал двумя

различными способами при помощи искусных разложений и интерполяций квадратный корень с 50-ю значащими цифрами. Принцип наименьших квадратов он, видимо, сформулировал при уравнивании неравных приближений и отыскании закономерности в распределении простых чисел⁴.

До поступления в Гёттингенский университет в 1795 г. он независимо открыл закон взаимности квадратичных вычетов (предположенный Лагранжем в 1785 г.), соотнёс арифметико-геометрическое среднее с разложениями в бесконечные ряды, предположил асимптотический закон распределения простых чисел ([высказанный Чебышевым и] впервые доказанный Адамаром в 1896 г.) и отыскал некоторые результаты, справедливые *при условии, что евклидова геометрия неверна*.

В Брауншвейге Гаусс прочёл *Начала* Ньютона и *Искусство предположений* Якоба Бернулли, однако большинства математической классики там не было. В Гёттингене он пожирал лучшие [математические] сочинения и подшивки журналов, часто обнаруживая, что его собственные открытия не были новинками. Блестящий знаток древних языков, Г. Неупе, привлёк его больше, чем заурядный математик Кестнер, и Гаусс решил стать филологом. Но в 1796 г. он сделал потрясающее открытие, которое выделило его как математика. Побочным результатом его систематического исследования уравнения деления круга (решение которого на геометрическом языке связано с делением окружности на равные дуги) оказался вывод условия, под которым возможно построение правильного многоугольника при помощи циркуля и линейки. Гаусс смог объявить, что таким образом можно построить правильный 17-иугольник, что было первым продвижением в указанном направлении за две тысячи лет.

Логическая составляющая метода Гаусса созрела в Гёттингене. Его героями стали Архимед и Ньютон, однако он воспринял дух греческой строгости (настойчивое требование точных определений, явное выражение предположений, полные доказательства), но не его классическую геометрическую форму. Он мыслил количественно и алгебраически, как Эйлер, и распространил евклидову строгость на анализ. В возрасте около 20-и лет Гаусс продвигался с невероятной скоростью в соответствии со схемой, которой он придерживался во многих различных случаях: обширные эмпирические исследования в тесном взаимодействии с напряжённым обдумыванием и строгим построением теорий.

С 1796 по 1800 г. математические идеи так быстро приходили ему на ум, что он оказался почти не в состоянии их записывать. Обозревая одно из своих семи доказательств закона взаимности квадратичных вычетов в *Göttingische gelehrte Anzeigen* за март 1817 г., он написал в автобиографическом духе:

Для высшей арифметики [теории чисел] характерно, что многие из её самых прекрасных теорем можно простейшим образом открыть по индукции⁵, хотя их доказательство находится где угодно, но не под рукой, и часто отыскивается

только после многих бесплодных исследований при помощи глубокого анализа и удачных комбинаций. Это знаменательное явление происходит ввиду поразительной взаимной связи различных идей (teachings) в этой ветви математики. Поэтому часто бывает так, что большое число теорем, доказательство которых тщетно отыскивалось годами, позднее обосновывается многими различными путями.

Как только новый результат указывается индукцией, первой обязанностью должно стать отыскание его доказательства любым возможным методом. Но в высшей арифметике после подобного счастливого случая нельзя считать, что исследование иных доказательств является чрезмерной роскошью. Иногда не сразу отыскиваешь самое прекрасное и простейшее доказательство, и именно проникновение в поразительное течение истин в высшей арифметике является главной прелестью исследования и часто приводит к отысканию новых истин. По этой причине отыскание новых доказательств известных истин часто столь же важно, как и само открытие истины (W-2, pp. 159 – 160)⁶.

[3] Десятилетие торжества. В 1798 г. Гаусс вернулся в Брауншвейг, жил там одиноко и продолжал напряжённо работать. Через год, отыскав первое из своих четырёх доказательств основной теоремы алгебры, он заслужил степень доктора в университете Гельмштедта под довольно символическим руководством Пфаффа. В 1801 г. творческие усилия прежних лет выразились в двух исключительных достижениях, в *Арифметических исследованиях* и вычислении орбиты обнаруженной малой планеты Цереры.

Теория чисел это ветвь математики, которая, как представлялось, всего меньше поддаётся обобщениям, хотя она и изучалась с самых ранних времён. В конце XVIII в. она представляла собой большое собрание отдельных результатов, но в своих *Арифм. иссл.* Гаусс систематизировал предшествовавшие работы, решил некоторые труднейшие знаменитые вопросы и сформулировал понятия и проблемы, которые определили схему исследований на целое столетие и до сих пор остаются значимыми.

Он ввёл сравнимость целых чисел по модулю, $a \equiv b \pmod{c}$, если c делит $(a - b)$. Это было первым алгебраическим примером ныне вездесущего понятия отношения эквивалентности. Он [независимо] доказал закон взаимности квадратичных вычетов, разработал теорию структуры квадратичных форм, полностью исследовал уравнение деления круга. *Арифм. иссл.* почти сразу обеспечили ему признание математиков в качестве их *властилина* (prince), но читателей этого сочинения было немного. Его полное понимание, которое требовалось для дальнейшего развития темы, пришло только после появления более простого изложения (Dirichlet 1863).

В январе 1801 г. Пиацци обнаружил новую планету, но вскоре потерял её из вида. Весь тот год астрономы тщетно пытались отыскать её заново. В сентябре, когда печатание его *Арифм. иссл.*

подходило к концу, Гаусс решил принять вызов. Для достижения цели он применил более точную теорию орбит (основанную на эллиптической, а не на обычной круговой аппроксимации) и улучшенные числовые методы вычисления (основанные на методе наименьших квадратов). К декабрю он закончил свои расчёты, и Церера была вскоре повторно найдена в предсказанном им месте. Этот удивительный научный подвиг, а именно отыскание крохотного удалённого⁷ небесного тела по недостаточным, как казалось, данным, представлялось почти сверхъестественным, тем более, что Гаусс не разъяснил своего метода. Взятое совместно с *Арифм. иссл.*, это открытие утвердило его репутацию как математического и научного гения первого ранга.

Это десятилетие, которое началось столь благоприятно с обоими указанными открытиями, оказалось для Гаусса решающим. В научном смысле оно в основном состояло в разработке идей, нагромодившихся в предыдущем десятилетии, см. Рис. 1. [Мы приводим лишь его авторское пояснение и следующие итоговые данные: общее число публикаций, 323; общее число идей, 404, из которых опубликовано 178.]

Рис. 1. Интересы, идеи, публикации. Показаны периоды интересов Гаусса к различным темам. Годичные итоги зарегистрированных идей включают опубликованные и неопубликованные *результаты* (предположения, теоремы, доказательства, понятия, гипотезы, теории), существенные наблюдения, экспериментальные находки и изобретения. Эти итоги основаны на исследовании опубликованных материалов, включая переписку и посмертно опубликованные записные книжки. Ввиду реальной двусмысленности в датировке, распознавании и оценивании, наша диаграмма отражает лишь примерную картину творческого потока. График публикаций, включающих рецензии, показывает их ежегодное число. Подсчёт по числу страниц оказался бы аналогичным кроме как в случае специально отмеченных всплесков (1801 – *Арифм. иссл.*; 1809 – *Теория движения*; 1828 – метод наименьших квадратов [?], поверхности, астрономия, биквадратные вычеты; 1840 – геомагнетизм).

Оно закончилось *Теорией движения* (1809), в которой Гаусс систематически развил свои методы вычисления орбит, включая теорию и применение принципа наименьших квадратов [повторение сказанного ранее]. Профессионально это было десятилетием перехода от математики к астрономии и физике. Гаусс по-прежнему пользовался покровительством герцога, который время от времени увеличивал его стипендию (особенно когда Гаусс начал получать привлекательные предложения извне), уплатил за публикацию *Арифм. иссл.*, обещал построить обсерваторию и обращался с ним как с постоянным и высоко ценимым чиновником.

Гаусс, однако, не чувствовал своё положение устойчивым и желал устроиться более прочно. Самым очевидным было бы стать учителем математики, но этот путь отпугивал Гаусса, потому что в то время ему потребовалось бы муштровать плохо подготовленных и незаинтересованных учеников в самых элементарных операциях. Более того, он чувствовал, что сама математика быть может окажется [для них, и не только для них]

недостаточно полезной. Когда в 1801 г. герцог повысил его стипендию, Гаусс заметил Циммерману: *Но я не заслужил её. Я ещё ничего не сделал для страны.*

Его привлекала астрономия. Серьёзный интерес к небесной механике появился у Гаусса при чтении Ньютона, а наблюдать он начал, будучи студентом в Гёттингене. Особый успех при определении орбиты Цереры доказал и его возможности, и наличие общественного интереса, намного более сильного, чем можно было бы ожидать при математических достижениях. Более того, профессиональный астроном был мало связан с преподаванием, и, как надеялся Гаусс, имел больше времени для исследований.

И Гаусс выбрал себе карьеру астронома и начал готовиться к руководству Гёттингенской обсерватории. В ходе систематических наблюдений и теоретических занятий, включающих вычисление орбит новых малых планет по мере их обнаружения, он вскоре стал самым очевидным кандидатом на эту должность. В 1807 г., действительно ставши директором обсерватории, он был уже признанным специалистом, что доказывается предложенной ему ещё в 1802 г. должности в Петербурге и членства в Королевском обществе и академиях в Петербурге и Париже.

В течение этого решающего десятилетия Гаусс на всю жизнь установил личные и профессиональные связи. Будучи студентом в Гёттингене, он наслаждался романтической дружбой с Вольфгангом Бойаи, с которым обсуждал основания геометрии. Но Бойаи вернулся в Венгрию и всю жизнь тщётно пытался доказать пятый постулат Евклида. Их переписка вскоре почти прекратилась и возобновилась лишь на короткое время, когда Бойаи послал Гауссу сочинение своего сына Яноша по неевклидовой геометрии.

Единственный немецкий математик, с которым Гаусс мог общаться, да и то вряд ли на равных, был Пфафф. С 1804 по 1807 г. Гаусс обменялся несколькими письмами с Софи Жермен о высоких математических материях и несколькими письмами с тамошними великими математиками, но во Франции он никогда не был и с ними вместе не работал. В математике Гаусс оставался таким же одиноким, как в отрочестве. Ко времени, когда в Германии появились крупные математики (Якоби, П्लюккер, Дирихле), его нелюдимость укоренилась и не смогла исчезнуть. Гаусс воодушевил Дирихле, Римана и других, но в математике у него никогда не было тесно связанного с ним специалиста, корреспондента или студента.

В других отраслях науки и в технике положение было совсем иным. Там были и студенты, и специалисты, и друзья; известно более семи тысяч писем Гауссу и от него, а было их наверняка намного больше. В астрономии важнейшими среди этих лиц были Бессель, Герлинг, Ольберс, Репсольд и Шумахер.

Дружба и переписка с Гумбольдтом и Линденау сыграли значительную роль в его профессиональной жизни и в развитии науки в Германии. Отношения с ними установились в период

1801 – 1810 гг. и продолжались до самой смерти. Гаусс неизменно писал меньшее число писем, но передавал больше сведений и был менее сердечен, чем его коллеги, хоть часто практически помогал друзьям и заслуживающим молодым учёным.

В том же десятилетии у него установился обычай одновременной работы над многими проблемами из различных областей науки. Хоть Гаусс никогда более не испытывал второго всплеска идей, равного первому, у него всегда было больше идей, чем он мог разработать. Его надежда на досуг вскоре померкла ввиду появившихся обязанностей, и он воспринял привычку заниматься математикой и другими теоретическими исследованиями в свободные часы (иногда, к счастью, в свободные дни). Поэтому его идеи созревали довольно медленно, подчас позже, чем могли бы при более длительном свободном времени, либо быстрее при возрастании знания и продолжительных размышлениях.

В этом же периоде закрепились его политические и философские взгляды. Наполеон в его глазах воплощал опасность революций. Герцог Брауншвейгский, которому Гаусс был обязан своими золотыми годами свободы, олицетворял достоинства просвещённой монархии. После поражения прусских армий, воевавших с Наполеоном в 1806 г. во главе с герцогом и его гибели, консервативная наклонность Гаусса окрепла.

Во время движения за демократию и национальное объединение Германии, которое продолжалось всю его жизнь, Гаусс оставался непреклонным националистом⁸ и сторонником монархии. На латинском языке он публиковался не ввиду международных ощущений, а по требованию издателей. Он знал французский язык [ещё бы!], но отказывался публиковаться на нём⁹, а при встрече с незнакомыми французами притворялся, что не понимает по-французски.

В кажущемся противоречии с этим, он склонялся по религиозным и философским взглядам к своим политическим противникам. В науке он непоколебимо верил в первенство эмпиризма. Взглядов Канта, Гегеля и других философов-идеалистов своего времени он не придерживался. Не был он и верующим (churchman) и своих взглядов на религию не обнаруживал. Его открыто признанными принципами были моральная честность и продвижение научного познания.

Наконец, то же десятилетие оказалось для Гаусса периодом его личного счастья. В 1805 г. он женился на молодой женщине (woman) аналогичного социального происхождения, Иоганне Остхоф, которая родила ему сына и дочь и создала ему радостную семейную жизнь. Но в 1809 г. она умерла вскоре после того, как родила третьего ребёнка, который ненадолго пережил её.

Гаусс прикрыл *ангельские глаза*, в которых пять лет находился в небесах [взято у Dunnigton (1955, с. 93)], был ввергнут в одиночество, из которого полностью так и не вышел. Менее чем через год он женился на Минне Вальдек, лучшей подруге покойной жены. Она родила ему двух сыновей и дочь, но редко чувствовала себя хорошо или счастливо. Гаусс господствовал над

своими дочерьми и ссорился со своими младшими сыновьями, которые затем уехали в США. Мирной жизни у себя дома он не знал, пока младшая дочь Тереза не начала вести его хозяйство. После смерти своей матери в 1831 г. она стала его близким спутником в течение его последних 24 лет.

[4] Ранние годы в Гёттингене. В свои первые годы в Гёттингене Гаусс испытал вторую волну идей и опубликовал большое число трудов по различным отраслям математики, в том числе несколько примечательных статей, внушённых его работой о малой планете Палладе, которая испытывала возмущения от действия Юпитера.

В статье (1813b) содержалось раннее строгое обращение с рядами и были введены гипергеометрические функции, родоначальницы *специальных функций* в физике; статья (1816) оказалась важной для приближённого интегрирования, а в статье об определении точности наблюдений того же 1816 г. [см. его *Избр. геод. соч.*, т. 1, 1957], Гаусс исследовал действенность статистических оценок. В следующей статье (1818) он показал, что возмущение, вызванное планетой, равно возмущению от тела той же массы, распределённой вдоль орбиты планеты пропорционально времени движения.

В то же время Гаусс размышлял о нерешённых математических проблемах. В 1813 г. на одном-единственном листе появились записи о параллельных прямых, склонениях звёзд, теории чисел, мнимых величинах, теории цвета и призмах (W-8, p. 166). Вскоре основное место в жизни Гаусса заполнилось обычными и малоинтересными астрономическими занятиями. Они начались на самодельной обсерватории¹⁰ в заброшенной башне стены старого города. До 1816 г. он затратил много труда и энергии на её оборудование, но закончил эту работу лишь в 1821 г. В том же 1816 г. Гаусс со своим 10-илетним сыном [от первого брака] и одним из своих студентов выехал на пять недель в Баварию и встречался там с изготовителями инструментов Г. фон Рейхенбахом, Т. Л. Эртелем (владельцем фирмы Рейхенбаха), Фраунгофером и его партнёром Утснейдером, у которых и приобрёл свои лучшие инструменты.

Как показано на Рис. 1, астрономия была единственной отраслью науки, в которой Гаусс постоянно работал всю последующую жизнь. Теоретическую астрономию он оставил в 1817 г., но продолжал наблюдать, вычислять и сообщать о полученных результатах вплоть до своего последнего заболевания. Хотя ему и помогали студенты и коллеги, он сам регулярно наблюдал и вникал во все подробности работы с инструментами.

В течение этих ранних лет в Гёттингене у Гаусса созрело понятие о неевклидовой геометрии. Он экспериментировал с последствиями отказа от пятого постулата за 20 лет до этого и в свои студенческие годы подметил ошибки в его доказательствах, которыми повально увлекались в Гёттингене. Но к идее отличающейся геометрической теории, которая могла оказаться истинной, он подходил очень медленно и неохотно.

Гаусса [всё же] видимо подтолкнуло ясное понимание слабости предшествовавших усилий доказать пятый постулат и собственные успехи в отыскании результатов неевклидовой геометрии, но его замедлял присущий ему сильный консерватизм, отождествление евклидовой геометрии с излюбленным установившимся порядком и полностью обоснованный страх быть поднятым на смех обывателями от науки.

На протяжении ряда лет мы видим в его письмах осторожное, но всё более ясное утверждение своей усиливающейся веры в недоказуемость пятого постулата. Частным образом он поощрял других, которые мыслили аналогично, но советовал скрывать свои усилия. Только один раз, в рецензии 1816 г. (W-4, pp. 364 – 368; W-8, pp. 170 – 174) он публично намекнул на свои взгляды, но критики *облили грязью* его идеи (письмо Шумахеру 15 янв. 1827 г.), что подтвердило его опасения.

Гаусс продолжал отыскивать результаты в новой геометрии и снова начал помышлять об их записи, возможно для посмертной публикации, но в 1831 г. появилось известие о работе Яноша Бойаи. Гаусс написал его отцу, Вольфгангу, одобрил открытие, но указал на свой приоритет. Янош, со своим неустойчивым характером, заподозрил Гаусса в заговоре [?] с целью украсть его идеи. Когда десятилетием позже Гаусс узнал о работе Лобачевского, он отнёсся к этому известию более положительно. Он написал Лобачевскому хвалебное письмо и устроил ему корреспондентское членство в Гёттингенской академии [Гёттингенском научном обществе¹¹]. Но он упорно отказывался публично поддерживать новое направление, которое в противном случае оказалось бы математически приемлемым.

Вопреки дружбе Гаусса с Бартельсом и В. Бойаи, тщательное изучение изобилия документов показало, что он [публично] не поощрял творцов неевклидовой геометрии. В лучшем случае его роль была нейтральной, а с учётом всех обстоятельств, отрицательной, потому что его молчание посчитали соглашением с общественным осмеиванием и замалчиванием. Так продолжалось несколько десятилетий, пока это отношение не было постепенно преодолено, частично при открытии, начиная с 1860-х годов, что властелин математиков был скрытым сторонником неевклидовой геометрии.

[5] Геодезист. К 1817 г. Гаусс был готов перейти к геодезии, которой он действительно занимался последующие восемь лет, и которая оказалась его ношей в течение последующих 30 лет. Геодезией он заинтересовался издавна. Уже в 1796 г. он изучал геодезическую задачу, а в 1799 – 1800 гг. давал советы лейтенанту Лекоку, который составлял военные карты Вестфалии¹². Первой публикацией Гаусса оказалось письмо о геодезических съёмках (октябрь 1799 г., *Allg. geogr. Ephemeriden*). В 1802 г. он участвовал в геодезических работах вместе с фон Цахом, а при переезде в Гёттинген заинтересовался точным определением [географических координат] обсерватории. В 1812 г., после бесед об уровнях моря при посещении обсерватории в Зееберге возле Готы, Гаусс занялся более общими проблемами.

Он стал обсуждать с Шумахером возможность продолжения в Ганновер его триангуляции Дании¹³. У него было много причин для осуществления своего плана, который потребовал бы решения интересных математических проблем и дополнительных астрономических наблюдений; предоставил бы новые возможности для его вычислительных способностей; соперничал бы с французскими усилиями вычисления длины градуса меридиана; дал бы возможность сделать что-то полезное для королевства. Кроме того, работа избавила бы Гаусса от мелких неприятностей и семейных проблем и обещала дополнительный доход. Последнее соображение было серьезным: возросшие семейные потребности ему приходилось покрывать жалованием, которое до 1824 г. оставалось на уровне 1807 г.

Триангуляцию Ганновера утвердили лишь в 1820 г., но уже летом 1818 г. Гаусс начал усиленно заниматься полевыми работами, а зимой приступил к обработке полученных результатов. Мучимый плохими средствами передвижения, стесненными условиями проживания, плохой погодой, безразличием чиновников, несчастными случаями, плохим здоровьем, недостаточной помощью и финансированием, Гаусс восемь лет проработал в поле с минимальным участием помощников.

После 1825 г. он ограничился надзором и вычислениями. Триангуляция Ганновера была закончена в 1847 г., и Гаусс к тому времени без посторонней помощи обработал более миллиона чисел¹⁴. На ранней стадии работ Гаусс изобрёл гелиотроп, – прибор для отражения солнечного света в заданном направлении. Его побудили несовершенные методы ночных наблюдений отдаленных объектов при помощи ламп или пороховых вспышек.

Размышляя о необходимости визирной цели, достаточно яркой для дневных работ, Гаусс пришёл к мысли применить отражённый свет¹⁵. Отработав оптическую теорию, он спроектировал такой прибор, успешный образец которого был изготовлен в 1821 г. и обеспечивал яркость звезды первой величины на расстоянии 15 миль. Гелиостаты описывались в литературе уже в 1742 г. (но были, видимо, неизвестны Гауссу), гелиотропы же обеспечивали более точное визирование, поскольку сочетали зеркала с небольшим телескопом. Они стали стандартным прибором в основной триангуляции и были усовершенствованы в 1840 г., но в XX веке их вытеснила аэрофотосъемка¹⁶. Гаусс заметил, что впервые появился [теоретически мыслимый] практический метод общения с Луной.

Почти с самого начала работ у Гаусса появились опасения, которые оказались вполне обоснованными. Ввиду многих практических затруднений ожидаемую точность не удалось достигнуть даже при умелом применении метода наименьших квадратов и усовершенствовании инструментов. Ожидаемое измерение дуги меридиана требовало присоединения работы к другим триангуляциям, которые так и не были проложены. Слишком торопливое планирование работ¹⁷ привело к скверному выбору мест для базисных измерений и неудовлетворительной

системе треугольников. Гаусс непрестанно пытался преодолеть эти недостатки, но его математическое и геодезическое мастерство не смогло преодолеть препятствий, не зависящих от него.

Результаты работы были использованы для составления мелкомасштабных и военных карт, но оказались негодными ни для точных съёмок, ни для установления формы и размеров Земли. Через два или три десятилетия было уже трудно точно отыскать центры, а часть их вообще пропала. Заканчивая полевые работы в июле 1825 г., Гаусс написал Шумахеру, что другие занятия возможно оказались бы плодотворнее. Результаты представлялись сомнительными, и в течение работ он к тому же сильнее обычного ощущал, что не мог разрабатывать многие свои идеи, которые всё ещё переполняли его.

28 июня 1820 г. он написал Бесселю, что чувствует

Трудность жизни практического астронома, работающего без посторонней помощи. И хуже всего то, что я вряд ли способен выполнить какое-либо связанное и существенное теоретическое исследование.

Несмотря на все эти неудачи и неудовлетворённость, период озабоченности геодезией был одним из наиболее плодотворных в длительной карьере Гаусса. Геодезические проблемы воодушевили его существенную раннюю работу о теории потенциала (1813а). Трудности отображения земного эллипсоида на сферу и плоскость привели его в 1816 г. к формулировке общей задачи [конформного] отображения одной поверхности на другую и к наметке её решения. В 1822 г. приз, предложенный Копенгагенской академией, стимулировал его к записи своих идей в виде статьи, которая заслужила ему первую премию и была опубликована (1825). Эта статья, более подробное исследование 1844 – 1847 [см. т. 2 *Избр. геод. соч.* Гаусса, с. 38 – 91], и геодезические рукописи, опубликованные впоследствии в его *Трудах*, были усовершенствованы немецкими геодезистами и привели к появлению проекции Гаусса – Крюгера (Krüger 1912), которая обобщила поперечную проекцию Меркатора и заняла прочное место в качестве основы для топографической сетки координат, учитывающей сфероидическую форму Земли.

Геодезические проблемы также побудили Гаусса разработать свои идеи о методе наименьших квадратов и о более общих задачах того, что сейчас называется математической статистикой¹⁸. Результатом была *Теория комбинации* (1823 с позднейшим дополнением 1828). Тогда же Гаусс (1828а) свёл воедино свои идеи о фигуре Земли, инструментальных погрешностях и обработки наблюдений. Но завершающим исследованием этого периода и его последнее достижение в новом крупном направлении математических исследований (1828b) оказалось результатом его 30-летних размышлений на геодезические темы и началом более чем столетия изысканий по дифференциальной геометрии.

В эти же годы, как и всегда, Гаусс, конечно же, опубликовал поток различных по значимости рецензий, отчётов о наблюдениях

и решений старых и новых математических проблем. Общее число его публикаций за 1818 – 1828 гг. дошло до 69 (см. Рис. 1).

[6] Физик. После середины 1820-х годов появились усиливавшиеся признаки того, что Гаусс хотел проложить новое научное направление. Финансовые заботы ослабили после существенной надбавки жалования в 1824 г. и получения добавочного вознаграждения за геодезические работы в 1825 г. Другие побуждения к геодезической работе также стали менее значимыми и появился новый отрицательный момент: болезнь сердца. Для неослабного темпа работы, которого Гаусс придерживался в свои ранние годы, существенно требовались исключительно крепкая конституция и неограниченная энергия, но в 1820-е годы начала проявляться напряжённость. Его семейные письма 1821 г. показывают, что он постоянно беспокоился, очень часто уставал и серьёзно подумывал о переезде в Берлин с обещанной свободной жизнью и финансовой безопасностью.

Тяжёлая физическая работа в поле во влажные летние месяцы привела к симптомам, которые теперь указали бы на астму и сердечное заболевание. Осенью 1825 г. Гаусс со своей хворой женой выехал в южную Германию на курорты с минеральной водой, но поездка и жаркая погода очень плохо повлияли на его собственное здоровье, и большую часть зимы он проболел. Не доверяя врачам и ни разу не обратившись к ним до последних нескольких месяцев своей жизни, он весьма разумно лечился очень простым образом жизни, размеренными привычками и отказом от поездок, которые вообще никогда не интересовали его.

Он решил отказаться от непосредственного участия в летних полевых работах и *безмятежно*, как он написал Пфаффу 21 марта 1825 г., провести остаток жизни *в своём кабинете*. По всей видимости, Гаусс имел в виду вначале вернуться к сосредоточенной работе в математике. Он заключил свои труды по методу наименьших квадратов, геодезии и кривым поверхностям (см. выше), получил в 1825 г. новые результаты о биквадратных вычетах и начал объединять свои давнишние идеи об эллиптических функциях и неевклидовой геометрии.

Но в возрасте 48 лет Гаусс обнаружил, что получать результаты оказалось труднее, чем раньше. В письме Ольберсу 19 февр. 1826 г. он упомянул, что никогда не трудился так тяжело с таким небольшим успехом и что почти убедился, что ему следует заняться другими отраслями науки. Более того, его самые оригинальные идеи начали независимо разрабатывать учёные нового поколения.

Гаусс не ответил Абелю, который в 1825 г. послал ему своё доказательство неразрешимости в радикалах уравнений пятой степени, и они так и не встретились, хотя в своих частных письмах Гаусс хвалил его. Дирихле написал ему в мае 1826 г., приложил к письму свою первую работу по теории чисел и попросил совета. Гаусс ответил лишь 13 сентября и только общим одобрением и советом подыскать работу, которая оставляла бы время для исследований. В письме Энке 8 июля Гаусс заметил,

что был поражён *выдающимся талантом* Дирихле, но, видимо, не был настроен математически сотрудничать с ним.

В 1828 г. Крелле попросил Гаусса представить статью [в свой журнал] об эллиптических функциях, он же ответил, что Якоби исследовал эту тему *так проникательно, глубоко и изящно, что думаю, что избавлен от публикации своего собственного труда*.

Изнурённый, переутомлённый, расстроенный, разбитый в эти годы Гаусс безусловно недооценивал значение своих успехов, чего раньше с ним никогда не случалось. Но он был прав в ощущении необходимости нового источника вдохновения. Обратившись к напряжённым исследованиям в физике, он следовал схеме, которая в прошлом оказалась крайне успешной.

В 1828 г. Гумбольдт убедил Гаусса присутствовать на единственной научной конференции в его карьере, на собрании натуралистов в Берлине. Впервые услышав о Гауссе от ведущих математиков в 1802 г. в Париже, Гумбольдт старался перетащить его в Берлин в качестве первого учёного великой академии, которую надеялся там учредить¹⁹. Иногда переговоры, казалось, были близки к успешному завершению, но всякий раз прерывались ввиду бюрократической косности в Берлине или личных обстоятельств в Гёттингене.

Гумбольдт всё ещё не терял надежды на успех, но были у него и другие побуждения. Он хотел включить Гаусса в немецкий научный всплеск, начало которого отразилось в Конференции. Особенно он желал привлечь Гаусса к своим собственным, продолжавшимся уже два десятилетия усилиям по организации всемирных геомагнитных наблюдений, но выманить Гаусса из его гёттингенского уединения ему не удалось. Тот неприязненно отнёсся к Конференции, в рамках которой произошло *небольшое празднование* с участием 600 человек, приглашённых Гумбольдтом.

И всё же Конференция оказалась поворотным пунктом. Прожив спокойно три недели в доме Гумбольдта с отдельным садом и пользуясь научным оборудованием хозяина, Гаусс имел свободное время и стимул для выбора. Когда Гумбольдт впоследствии написал о своём удовлетворении тем, что заинтересовал гостя в магнетизме, Гаусс бестактно заметил, что интересовался им почти 30 лет, а переписка и рукописи подтверждают его слова.

Оказывается, что Гаусс откладывал серьёзную работу по магнетизму частично потому, что не было измерительных приборов. Но посещение Берлина предоставило ему возможность решения этой проблемы и средство для его претворения в жизнь, ибо там он встретил Вильгельма Вебера, молодого и выдающегося физика-экспериментатора, чьё соучастие оказалось существенным.

В сентябре 1829 г. Гаусса посетил Кетле и обнаружил, что тот был очень заинтересован в геомагнетизме, но имел мало опыта в его измерении. Но новое поле исследования было очевидно выбрано, хотя с систематической работой пришлось обождать до приезда Вебера в 1831 г. Тем временем Гаусс расширил своё

давнишнее познание физической литературы и начал работать над проблемами теоретической физики, и особенно механики, капиллярности, акустики, оптики и кристаллографии.

Первым достижением было сочинение (1829), в котором Гаусс сформулировал закон наименьшего принуждения как предложение, равносильное известному принципу Даламбера: движение системы как можно меньше отклоняется от свободного движения, а отклонение или принуждение измеряется суммой произведений масс на квадраты их отклонения от траекторий свободного движения. Труд Гаусса очевидно соотносился с его прежними размышлениями о принципе наименьших квадратов, однако 31 января 1829 г. он написал Ольберсу, что был воодушевлён изучением капиллярности и другими физическими проблемами. В 1830 г. появился его единственный труд по капиллярности, существенный для вариационного исчисления. Действительно, он известен решением вариационной проблемы, включающим двойные интегралы, граничные условия и переменные пределы.

1830-й и 1831-й годы были самыми тяжёлыми в жизни Гаусса. Жена была очень больна. С 1818 г. она страдала постепенно обостряющимся туберкулёзом и истерическим неврозом. Её старший сын покинул дом после вспышки раздражения и уехал в США, поссорившись с отцом по поводу своего юношеского расточительства. Страна находилась в революционном брожении, которое Гаусс категорически порицал²⁰. И при всех этих неприятностях Гаусс продолжал трудиться над биквадратными вычислениями, проводил обширные геодезические вычисления и т. д.

Жена умерла 13 сентября 1831 г., а через два дня прибыл Вебер. Их близкое сотрудничество и тесная дружба началась, когда Вебер был вдвое моложе Гаусса, который отнёсся к нему по-отечески. Он полностью участвовал в экспериментах, а Вебер и в то время, и позже показал себя оригинальным и теоретически высококвалифицированным специалистом. Гаусс тем не менее оказался ведущим в теоретической части работы, а Вебер – в экспериментальной части.

Их объединённые усилия вскоре привели к успеху. В 1832 г. Гаусс представил в Академию [видимо в Гёттингенское научное общество] свой труд, в котором впервые систематически применил абсолютные единицы (расстояние, масса, время) для измерения немеханической величины. В своей типичной манере он признал помощь Вебера, но не назвал его соавтором.

Стимулируемые открытием Фарадея 1831 г. электромагнитной индукции, они начали энергично исследовать электрические явления. В 1833 г. они открыли законы Кирхгофа и предвосхитили различные открытия в электростатике, термальном электричестве и электризации трением, но не опубликовали их, видимо потому, что их интересы сосредоточились на геомагнетизме.

Мысль о том, что магнитометр может служить и гальванометром почти немедленно навела на идею о его применении для индуцирования тока и передачи сообщений.

Работая в одиночку, Вебер соединил астрономическую обсерваторию с физической лабораторией двойной проволокой длиной в милю, которая рвалась бесконечное число раз, протянув её поверх домов и двух башен. В начале 1833 г. *по телеграфу* были посланы первые слова, затем целые предложения, и 9 августа 1834 г. Гаусс кратко упомянул этот первый действующий электрический телеграф в *Göttingische gelehrte Anzeigen* (W-5, с. 424 – 425).

Его сообщение, видимо, оставалось неизвестным другим изобретателям. Вскоре Гаусс осознал военное и экономическое значение этого изобретения и тщетно пытался способствовать его массовому применению правительством и промышленностью. С годами проволоку дважды поменяли, улучшая её качество, а в конечных точках связи были сделаны различные усовершенствования. В 1845 г. молния разорвала проволоку, но к тому времени их телеграф уже не использовался. Другие изобретатели (Штейнхейль в Мюнхене в 1837 г., Морзе в США в 1838 г.) независимо разработали более действенные методы²¹, и приоритет Гаусса и Вебера был забыт.

Новые магнитные обсерватории, построенные без применения металлов, входили в сеть, которая, как надеялся Гумбольдт, обеспечит согласованные измерения географических и временных изменений геомагнитного поля. К 1834 г. таких обсерваторий в Европе было уже 23, и сравнение полученных от них данных указало на существование магнитных бурь. Гаусс и Вебер учредили Магнитный союз (*Magnetische Verein*), который объединил обсерватории во всемирную сеть. В 1836 – 1841 гг. вышло 6 томов полученных сетью результатов. В них было включено 15 статей Гаусса и 23 статьи Вебера, а в 1840 г. вышел *Атлас геомагнетизма* (W-12). В этих и иных публикациях рассматривались проблемы связанные с инструментами (в том числе с одним из нескольких изобретённых бифилярных магнитометров), были зарегистрированы наблюдения горизонтальной и вертикальной составляющих магнитной силы и сделаны попытки пояснить результаты наблюдений в математических понятиях.

Наиболее важной публикацией по последней теме была *Общая теория геомагнетизма* (1839). В ней Гаусс отошёл от традиции кабинетного теоретизирования о Земле как о достаточно нейтральном носителе одного или более магнитов, а обосновал математические расчёты полученными данными. Используя идеи, впервые рассмотренные им в 1806 г., удачно сформулированные в 1822 г., но лишённые эмпирического обоснования до 1838 г., Гаусс выразил магнитный потенциал в любой точке земной поверхности бесконечным рядом сферических функций, и применил данные всемирной сети для оценки первых 24 коэффициентов. Это было превосходной интерполяцией, но Гаусс надеялся позже пояснить полученные результаты при помощи физической теории о магнитном строении земли. Ф. Клейн (1926, ч. 1, с. 22) показал, что это возможно, но что таким образом мало

что добавится к действенному объяснению, которое обеспечивается формулами Гаусса.

В течение этих лет Гаусс нашёл время для продолжения геодезических вычислений, помог при пересмотре мер и весов в Ганновере, совместно с Вебером сделал некоторое число открытий в области электричества и принял возрастающее участие в делах университета. Счастливое и плодотворное сотрудничество с Вебером было неожиданно разрушено в 1837 г. политической катастрофой, которая вскоре покончила с экспериментальной работой Гаусса. В сентябре, на праздновании столетнего юбилея университета (на котором Гаусс представил Гумбольдту планы [проект?] бифилярного микрометра), распространились слухи о том, что новый король ганноверский Эрнст Август может отменить с трудом завоеванную конституцию 1833 г. и потребовать, чтобы все государственные служащие присягнули ему на верность.

Так оно и произошло в ноябре, и семь гёттингенских профессоров, включая Вебера и востоковеда Эвальда, мужа старшей дочери Гаусса Минны, послали протест кабинету министров, утверждая, что связаны своей предыдущей присягой конституции 1833 г. *Гёттингенскую семёрку* бесцеремонно уволили, причём троих выслали из города, остальным (в том числе Веберу и Эвальду) разрешили остаться.

Некоторые полагали, что Гаусс выйдет в отставку, но он не предпринял ничего официально, а его частные усилия, как и общественный протест шести других профессоров, был оставлен без внимания. Почему Гаусс не действовал более энергично? В 60 лет его привычки были слишком твёрдо укоренены, его мать была слишком стара для переездов, и он вообще ненавидел всё политически радикальное и осуждал протест. Семёрка со временем устроилась в других городах. Эвальд переехал в Тюбинген, Гаусс лишился общества своей самой любимой дочери, она же проболела несколько лет и умерла от туберкулёза в 1840 г. Вебера какое-то время поддерживали коллеги, но затем он уехал и поступил на работу в Лейпциге. Сотрудничество с Гауссом постепенно прекратилось, и Гаусс забросил физические исследования. В 1848 г. Вебер вновь обрёл свою должность в Гёттингене, но возобновлять сотрудничество было уже поздно, и он продолжил свою блестящую карьеру в одиночестве.

Заканчивая свои физические исследования, Гаусс опубликовал статью (1840b), которая непосредственно возникла из его работ по магнетизму, но была также связана с предыдущим сочинением (1813a). Эта статья оказалась первым систематическим математическим исследованием теории потенциала, признавала необходимость теорем существования в этой области и достигла уровня строгости, который более ста лет оставался непревзойдённым. Основная теорема статьи оказалась, правда, неверной (Vallée Poussin 1962, особо с. 324).

В том же году Гаусс (1841) закончил исследования траектории луча, проходящего через систему линз и, в частности, доказал, что всякая такая система равносильна надлежаще выбранной

единой линзе. Он заявил, что владел этой теоремой уже 40 лет и считал, что она слишком элементарна для публикации, но один из его научных биографов (Clemens Schäfer; W-11, pt. 2, sect. 2, pp. 189 и след.) назвал её [статью] величайшей работой Гаусса. Во всяком случае, она оказалась его последней значимой научной публикацией.

[7] Позднейшие годы. С ранних 1840-х годов активность Гаусса постепенно снижалась. Публикации оказывались вариациями на прежние темы, рецензиями, отчётами или решениями незначительных проблем. Его затворничество охарактеризовалось отсутствием реакции на открытие Куммером в 1845 г. идеалов (для восстановления единственности разложения на множители) и в 1846 г., на открытие Нептуна Адамсом, Леверрье и Галле. Но окончание исследований магнетизма и снижение темпов публикаций не означали конца активности.

Он продолжал астрономические наблюдения, несколько раз был деканом факультета, в 1840-х годах завершил многие прежние работы (например, окончательно вычислил ганноверскую триангуляцию). В 1847 г. он красноречиво восхвалил теорию чисел и Эйзенштейна в предисловии к собранию сочинений этого несчастного молодого человека, одного из очень немногих, которые могли сообщить что-то, чего он не знал²².

Несколько лет Гаусс потратил, чтобы подвести под вдовий фонд университета солидную основу страховой науки. Научился бегло читать и говорить по-русски, будучи, видимо, вначале привлечён сочинением Лобачевского, но вскоре расширил своё чтение настолько, насколько позволял ограниченный доступный материал. Его записные книжки и переписка показывают, что он продолжал работать над различными проблемами²³.

Преподавание стало менее неприятным, быть может потому, что студенты были лучше подготовлены и среди них были подобные Дедекинду и Риману, достойные его усилий.

В революции 1848 г. Гаусс был вместе [stood guard, стоял на страже!] с монархистами (чьё поражение и позволило вернуться его зятю и Веберу)²⁴. Он вступил в *Литературный музей*, который снабжал консервативной литературой студентов и преподавателей, и ежедневно приходил туда. Тщательно следил за политическими, экономическими и техническими событиями по сообщениям в прессе. 50-я годовщина защиты его докторской диссертации ознаменовалась многими посланиями и формальными знаками почёта, хоть математический мир представляли только Якоби и Дирихле.

Гаусс представил статью с четвёртым доказательством основной теоремы алгебры, т. е. подходящую вариацию её первого доказательства в диссертации 1799 г. После празднования Гаусс замедлил свою работу и стал более, чем когда-либо, легендарной фигурой, недоступной для лиц вне круга его личных знакомых. Быть может стимулируемый своей работой по страхованию, он заимел привычку собирать статистику всякого

рода из газет, книг и ежедневных наблюдений²⁵. Некоторые собранные им данные несомненно помогали ему в столь расчётливых финансовых спекуляциях, что его состояние, как оказалось, почти в 200 раз превысило годовое жалование. Звездочёт, как называл его отец, достиг финансового уровня, недоступного его *более практичным* родственникам.

Придерживаясь тщательного режима, Гаусс со времени своих геодезических изысканий не страдал серьёзными заболеваниями. Время от времени, не испытывая никаких острых приступов, ему приходилось лечить себя от бессонницы, желудочных недомоганий, приливов крови (гиперемии), бронхита, болезненных мозолей, одышки, мерцательной аритмии и обычных старческих явлений. Менее удачным оказалось его сопротивление хронической ипохондрии и меланхолии, которые всё сильнее мучили его после смерти первой жены. В научных записках последних лет без указания точной даты вдруг появилась фраза *Лучше бы смерть, чем такая жизнь*, а в возрасте 56 лет, 8 февраля 1834 г., он написал Герлингу, что чувствует себя чужестранцем в мире.

После 1850 г., встревоженный развивающимся сердечным заболеванием, он постепенно ещё более ограничил свою деятельность. Последнее астрономическое наблюдение он проделал в 1851 г. в возрасте 74 лет, а позже в том же году одобрил диссертацию Римана об обоснованиях комплексного анализа. Через год он всё ещё исследовал незначительные математические проблемы и изучал усовершенствованный маятник Фуко. В 1853 – 1854 гг. Риман написал свою великую диссертацию об основаниях геометрии, т. е. на тему, выбранную Гауссом. В июне 1854 г., после нескольких месяцев нахождения под медицинским наблюдением, Гаусс получил удовольствие выслушать пробную лекцию Римана, которая наконец-то ознаменовала наличие в Германии талантов, способных продолжить его труд.

Через несколько дней Гаусс в последний раз выехал из Гёттингена, чтобы посмотреть на строительство железной дороги из Касселя. К осени его состояние значительно ухудшилось и постепенно он начал проводить всё больше времени в постели. Тем не менее, он до самой смерти продолжал читать, получать и отправлять письма, покупать и продавать ценные бумаги. Она наступила во сне в конце февраля 1855 г.

[8] Учёный-математик. Гений Гаусса заслоняет оценку его роли как учёного. Ввиду его математической способности и совершённых подвигов современники называли его *prinsep* (принц, король, властелин), и биографы обычно упоминают его наравне с Архимедом и Ньютоном. Это традиционное суждение столь же разумно, как и любой исход расстановки по рангу [?], но оценка его влияния более сомнительна. Действительно, имеется широкий разрыв между качеством его личных достижений и их влиянием на науку. Гаусс опубликовал лишь примерно половину своих записанных новаторских идей (см. Рис. 1), притом так сжато и строго, что читателей оказалось немного. Неопубликованные

результаты существуют в записках, переписке и в отчётах официальным организациям, ставших доступными лишь через много лет. Существуют и другие методы и открытия, лишь намеченные в письмах и неоконченных записках. Необходимо поэтому вновь рассмотреть Гаусса как участника научного сообщества и оценить его достижения с точки зрения их научных последствий.

Качествами, которые в наибольшей степени сдерживали действенность Гаусса как такого участника, были его интеллектуальное уединение, личное честолобие, закоренелый консерватизм и национализм, а также довольно узкий культурный кругозор. Трудно полностью представить себе уединение, на которое он был обречён в детстве, поскольку не мог поделиться ни с кем своими мыслями.

Ему пришлось рано понять, что попытки общения в лучшем случае оставались безответными, а в худшем приводили к осмеиванию и отчуждению, которое дети так тяжело переносят. Но, в отличие от большинства рано развивающихся детей, которые в конце концов находят себе интеллектуальных товарищей, Гаусс всю свою жизнь не находил никого, с кем мог бы поделиться своими наиболее ценными мыслями. О своём первом великольном открытии, о возможности построения правильного 17-тиугольника, Гаусс сообщил Кестнеру, но тот не заинтересовался этой находкой. Бойаи, его наиболее многообещающий друг в Гёттингене, не смог оценить его мысли.

Эти и многие другие случаи должны были убедить Гаусса, что попытки обмениваться теоретическими идеями мало к чему приведут. Он основывался на великих математиках прежних времён и на современниках во Франции (к которым относился как к инопланетянам) и проживал вне математической жизни своего времени, будто уже умерший, публикации которого отыскиваются в архивах.

Гаусс обнаружил, что легче и полезнее общаться с экспериментаторами и инженерами, потому что он тогда оказывался на равных с ними. Но даже в таких случаях он оставался одиноким, а его сотрудничество с Вебером было исключением. Те, кто более всего восхищались им и знали его лучше других, находили, что он холоден и необщителен. После его поездки в Берлин Гумбольдт сообщил Шумахеру 18 окт. 1828 г., что Гаусс был *леденяще холоден* с незнакомыми и не интересовался тем, что находилось вне его непосредственного круга интересов. Бесселю он же написал 12 окт. 1837 г. о намеренном уединении Гаусса, о его привычке неожиданно ухватываться за небольшую тему, считая все предыдущие результаты её частью и отказываясь рассматривать что-то иное. 21 сент. 1849 г. К. Якоби пожаловался брату, что за 20 лет Гаусс ни разу не сослался ни на него, ни на Дирихле. Шумахер, ближайший из друзей Гаусса, неоднократно дававший ему советы по личным [семейным] вопросам и поддерживавший его, написал Бесселю 21 дек. 1842 г., что Гаусс – *a queer sort of a fellow* [своего

рода чудак], с которым лучше оставаться в рамках обычной вежливости, не пытаясь делать ничего по собственному почину.

Как и Ньютон, Гаусс не терпел споров. Нет никаких сведений о каких-либо особо неприятных случаях, которые могли бы объяснить это, но их и не требуется, чтобы объяснить желание избавляться от переживаний, которые мешают размышлениям. Равным образом разумно Гаусс избегал любых необязательных церемоний и формальностей, хотя и делал исключение в случаях, при которых должны были бы присутствовать члены королевской семьи.

Тем самым он, как и в своём оборонительном отношении к возможным расточителям своего времени, разумно старался увеличить свою научную выработку. Вместе с тем, Гаусс таким образом предотвращал некоторые встречи, быть может столь же полезные ему самому, сколь и другим. Неутомимые усилия, характерные для упорных и высокопроизводительных лиц, сами по себе вряд ли смогли бы воспрепятствовать общению. Но, обусловленные другими побуждениями, они именно к этому и приводили.

Испытав мучительную бедность, Гаусс трудился, стараясь обеспечить себя, что ему долгое время не удавалось. Но он воспринял привычную бережливость бедняков, стремящихся прокормиться, и не хотел и даже не перенимал роскоши выскочек. Он не доверял демократическим государствам и считал, что условия жизни обеспечиваются правящей аристократией. Стремление к финансовой безопасности сопровождалось у Гаусса более сильным честолюбивым желанием великих достижений и длительной славы в науке.

Будучи ещё подростком, Гаусс понял, что сможет войти в тончайший высший слой аристократии науки, редко насчитывающий более одного человека в поколении. Он хотел быть достойным своих героев и заслужить уважение будущих учёных равного с ним ранга. Его сыновья сообщили, что он отговаривал их от научной карьеры, потому что не желал видеть никакой второсортной работы, связанной с его именем²⁶. Гаусс мало надеялся быть понятым своими современниками и считал, что достаточно произвести на них впечатление и не раздражать их. Учитывая его честолюбивое желание безопасности и длительной славы, с успехом в одном видимо необходимым для достижения другого, его выбор карьеры и намеренное уединение представляются разумными.

Гаусс действительно достиг обеих целей. Его более действенное общение и соучастие [в работе современников] могли бы ускорить развитие математики на несколько десятилетий, но не повлияло бы на его репутацию, ни в то время, ни сейчас. Гаусс вероятно понимал это достаточно хорошо. Некоторые его сочинения, переписка, лекции и организационная деятельность доказывают, что он мог бы стать успешным учителем, автором, комментатором, популяризатором, дипломатом и поборником [нового]. Но он просто не хотел этого.

Выше мы описали консерватизм Гаусса, но следует добавить, что консерватором он был во всём. Он тосковал по XVIII веку с просвещённым монархом, содержавшим научных аристократов в академиях, в которых им не приходилось преподавать. Он страстно желал отыскивать *новые истины*, которые не нарушали бы установленных идей. Национализм был для него важен. Мы видели, что это склонило его к геодезии и другим занятиям, которые он считал полезным для государства. Но важнее всего было то, что национализм не допустил его тесных связей с французами. Только в Париже в течение его самых плодотворных лет были учёные, с которыми он мог бы взаимно наслаждаться стимулирующим научным общением.

Странно называть ненасытного читателя с основательным классическим образованием и широкими познаниями культурно ограниченным. Но вне науки Гаусс не поднялся выше мелкобуржуазной пошлости. Его любимым английским писателем был Вальтер Скотт, но ни Байрон, ни Шекспир его не интересовал. Из немецких авторов ему нравился Жан Поль, самый известный юморист того времени. Гёте он не любил и не одобрял Шиллера. В музыке Гаусс предпочитал несерьёзные песни, а в драматургии – комедии. Короче говоря, его гений не выходил за рамки науки и техники, вне которых он по вкусам и проницательности лишь немного превосходил обычных людей.

Противоречие между познанием и влиянием теперь понятно [?]. Гаусс пришёл к обоим наиболее революционным идеям XIX в., к неевклидовой геометрии и некоммутативной алгебре. Первую он, однако, не любил и утаивал, вторая же появилась только в качестве вычислений кватернионов в записной книжке примерно 1819 г. (W-8, pp. 357 – 362) и не стимулировала никаких дальнейших шагов. Ни барицентрическое исчисление его собственного студента Мёбиуса 1827 г., ни Грассман (1844), ни работы Гамильтона о кватернионах, которые начались в 1843 г., не заинтересовали его, хотя они и привели к фундаментальной подвижке математической мысли.

Гаусс, видимо, не знал о бурном развитии аналитической и синтетической проективной геометрии, ведущим участником которого был его бывший студент Штаудт. Он, видимо, был столь же враждебен или безразличен к радикальным идеям в математике, как и в политике.

Но эта враждебность не объясняет отказа Гаусса от передачи другим многих существенных математических результатов, которых он не одобрял. Клейн (1926, pt. 1, pp. 11 – 12) в этой связи указал на сочетание различных причин (личные волнения, отвлекающие обстоятельства, отсутствие поощрения, избыток идей)²⁷. Последняя причина могла быть решающей сама по себе. Идеи приходили Гауссу на ум так быстро, что каждая последующая подавляла предыдущую.

И дополнительной причиной было преимущество, которого Гаусс достигал утаиванием сведений, хотя он и горячо отрицал её Бесселю [iv, § 3, письмо Бесселю 28 февр. 1839]. Так, вычисление орбиты Цереры, которое принесло Гауссу славу, было основано

на методах, неизвестных другим. Откладывая сообщение о методе наименьших квадратов, и так и не опубликовав своих методов вычислений [?], он сохранял преимущество, которое существенно подняло его репутацию. То же относится к тщательному и сознательному исключению из сочинений всех следов его эвристического метода.

Отказ от публикаций вовсе не был основан на пренебрежении приоритета. Гаусс очень заботился о нём и нередко добросовестно заявлял о своём приоритете, публично или нет. Но для него это означало первым изобрести, а не опубликовать; и ему было достаточно устанавливать даты по личным записям, переписке, загадочным замечаниям в своих публикациях, а однажды в зашифрованном виде²⁸. Намеренно или нет, он этим поведением сохранял преимущество тайны без потери приоритета в глазах последующих поколений.

Обычное утверждение о том, что Гаусс не публиковал своих открытий, поскольку придерживался высокого стандарта, неубедительно. Да, он его придерживался. Но, получив математический результат, он мог бы добиться совершенства без [особых] забот. Притом Гаусс публиковал всё, что было подготовлено к этому в соответствии с обычными стандартами.

Можно теперь ожидать, что влияние Гаусса было намного слабее его репутации, – и так оно и было. Его изобретения, включая некоторые, опущенные нами ввиду недостатка места, способствовали его славе, но были либо несущественными усовершенствованиями временного значения, либо, как телеграф, невлиятельными предвосхищениями.

В теоретической астрономии Гаусс усовершенствовал классические методы вычисления орбит²⁹, но помимо этого лишь проводил довольно обычные наблюдения. Его личное вычисление орбит избавило других от забот и увеличило его славу, но в конечном итоге было малозначимо для науки. Работа Гаусса в геодезии была влиятельна лишь ввиду её побочных математических результатов³⁰. Сотрудничество Гаусса с Вебером привело лишь к двум достижениям, имевшим значительное влияние. Использование абсолютных единиц установило стандартную схему, а Магнитный союз оказался прецедентом международного научного сотрудничества³¹. Работа Гаусса в диоптрике возможно была высшего качества, но видимо оказала мало влияния, и то же может быть сказано о других его трудах по физике.

Собственно в математике картина оказывается иной. Хотя Гаусс и трудился в уединении, вряд ли был знаком с работой других математиков и не считал нужным поддерживать связь с ними, его влияние было мощным. Репутация Гаусса была такова, что молодые математики специально изучали его труды. Якоби и Абель засвидетельствовали, что их исследования эллиптических функций были вызваны его намёком в *Арифметических исследованиях*. Галуа перед смертью просил, чтобы его черновые заметки были посланы Гауссу. Таким образом, несмотря на

задержки в публикациях, Гаусс дотягивался до математиков и воодушевлял их.

Он был больше систематизатором и скорее решал известные проблемы, а не открывал новые пути, но сама завершенность его результатов закладывала основу для новых ответвлений, особенно в теории чисел, дифференциальной геометрии и статистике [?]. Хотя его математическое мышление было всегда конкретным, т. е. неизменно имевшим дело со структурами, основанными на действительных числах, в его трудах заключались ростки многих весьма отвлечённых позднейших идей. Как Архимед, Гаусс использовал методы своего времени вплоть до предела их возможностей. Но, в отличие от другого равного ему по способностям, – от Ньютона, – он не стал начинателем нового глубокого [общенаучного] направления и не оказал революционного влияния на своих современников, быть может менее способных, но обладавших бóльшим воображением и смелостью³².

Гаусса лучше всего считать учёным-математиком, или, как было принято говорить в его время, чистым и прикладным математиком. Свободно, умело, и плодотворно перемещаясь в пределах всей науки и техники, он всегда оставался математиком, был побуждён математикой, использовал каждый случай для воодушевления математикой. (На рис. 2 показаны некоторые взаимосвязи его интересов.) Clemens Schäfer (1931) указал, что Гаусс

Не был физиком в смысле поисков новых явлений, но скорее неизменно оставался математиком, который пытался сформулировать экспериментальные результаты, добытые другими, в точных математических терминах.

Оставляя в стороне его личные недостатки, чьё научное значение оказалось преходящим, Гаусс выглядит идеальным математиком³³, который в единственном числе проявлял в героическом масштабе возможности, приписываемые сообществу профессиональных математиков.

Рис. 2. Основные связи в развитии научных идей Гаусса

Наиболее важные направления обозначены стрелками [тире], а числами указаны возрасты Гаусса [начало и конец его занятий данной отраслью науки, но никак не сплошной интервал времени]. Четыре главнейших изобретения Гаусса показаны отдельно [гелиотроп, магнитометр, фотометр и телеграф. Длины больших осей эллипсов, внутри которых указаны отрасли науки,] намечают вес этих отраслей в общем творчестве Гаусса. Этот рисунок следует сравнить с Рис. 1.

[Вместо рисунка мы приводим диаграмму. Полушрифтом помечены двусторонние направления (например, между теорией чисел и алгеброй).]

1. Эмпирическая арифметика. Возрасты: 2 и 73, и длина большой оси эллипса 28 мм.
2. Теория чисел. 11 – 72 и 28
3. Страховое дело. 63 – 68 и 15
4. Теория вероятностей и статистика. 17 – 78 и 24
5. Алгебра. 11 – 72 и 22

6. Геометрия. 15 – 72 и 20
7. Геодезия. 22 – 67 и 28
8. Разное из физики. 51 – 63 и 15
9. Анализ. 13 – 65 и 28
10. Электричество. 55 – 58 и 15
11. Капиллярность. 53 и 15
12. Диоптрика. 30 – 63 и 15
13. Геомагнетизм. 26 – 63 и 28
14. Астрономия. 20 – 78 и 28

Связи: 1 – 2, 1 – 4, 2 – 4, 2 – 5, 4 – 3, 5 – 6, 5 – 9, 6 – 9, 7 – 4,
7 – 13, 8 – 9, 10 – 9, 11 – 9, 9 – 14, 13 – 9, 13 – 10, 14 – 13, 14 – 12

Примечания

1. После смерти своего дяди Гаусс заметил, что в нём погиб прирождённый гений (Dunnington 1955, с. 9).
2. О Бартельсе см. Юшкевич (1968, с. 223 и 232). В конце § 4 Мей упоминает его в связи с неевклидовой геометрией, однако прямого участия в её создании Бартельс не принимал.
3. Ниже, в этом же § 2, автор описал несколько иную схему.
4. Это предположение автор никак не обосновал и не иллюстрировал. Ниже, в § 3, автор утверждал, что Гаусс применял метод наименьших квадратов и при вычислениях в *Теории движения*, однако прямых доказательствах этого нет.
5. Здесь явно имелась в виду неполная индукция.
6. Мы ссылаемся на Труды (*Werke*) Гаусса, см. Библиографию.
7. Удалённое небесное тело: в масштабе Солнечной системы Цереру вряд ли следует считать удалённой.
8. Автор несколько раз называет Гаусса националистом, но, думается, вернее было бы сказать патриотом. Вот Dunnington (1955, с. 95): Гаусс *охранял и лелеял свой родной язык и немецкую науку*.
9. В конце жизни Гаусс разрешил Бертрону перевести на французский язык свои сочинения по теории ошибок. Сборник Бертрона вышел в свет в 1855 г., но Гаусс не успел прочесть корректуру его рукописи, см. заметку Бертрона в *S. r. Acad. Sci. Paris*, t. 40, 1855, pp. 1190 – 1192. Неприятие французского было явно вызвано у Гаусса политическими причинами. Dunnington (1955, с. 86 – 87) сообщает, что Наполеон наложил контрибуцию на Пруссии и что Гауссу как профессору Гёттингенского университета следовало уплатить немалую сумму. (Лаплас уплатил её за Гаусса, не уведомив его, но впоследствии Гаусс вернул Лапласу эти деньги.) Гаусс и Франция – тема специальной статьи Reich (1996).
10. Самодельная обсерватория имела смысл, если не была к тому времени оборудована *официальная* гёттингенская обсерватория. Инструменты для неё Гаусс получил в 1819 и 1821 гг. (Dunnington 1955, с. 96).
11. Автор несколько раз упоминает Академию, – очевидно, Гёттингенскую. Но в Гёттингене существовало научное общество, ставшее академией в 1939 г.
12. О любительской геодезической съёмке Гаусса 1802 – 1807 гг. см. Gerardy (1977). Основываясь на архивных данных, Жерарди (с. 19, Прим. 16), к сожалению, невразумительно заявил, что не позднее 1803 г. Гаусс применил при обработке съёмки метод наименьших квадратов. Лекок был в то время уже полковником (а не лейтенантом). Военными картами автор (также и в § 5), видимо, назвал карты крупного масштаба. Первой публикацией Гаусса было его сообщение о построении 17-иугольника в популярном издании *Allg. Literaturzeitung* в апреле 1796 г. (Dunnington 1955, с. 28).
13. Триангуляцию Дании Шумахер начал в 1817 г. (Багратуни 1958, с. 4).
14. Вот гораздо более понятная фраза: произвёл более миллиона вычислений в уме (Mania 2009, с. 259).
15. Гаусс обоснованно сомневался в точности дневных наблюдений ввиду фаз (смещений визирного луча под действием солнечного освещения), присущих визирным цилиндрам (Багратуни 1958, с. 7). Идея гелиотропа возникла у Гаусса будто бы случайно [v, самое начало], но вслед за этим Гаусс

теоретически обосновал возможность его применения в триангуляции (О Ганноверской триангуляции; *Избр. геод. соч.*, т. 2, с. 213). Dunnington (1955, с. 221) и Gaede (1885, с. 122), который цитировал Гаусса, сообщают, что он усиленно размышлял о разумном способе визирования на цель и теоретически исследовал возможность использования отражённого солнечного света.

16. Это утверждение ошибочно.

17. *Торопливое планирование*: не был проведена общая рекогносцировка местности. Гауссу она вряд ли была бы полезна, но кто-то должен был ей заняться (наметить целесообразную схему треугольников триангуляции, определить необходимую высоту сигналов и т. д.), см. Багратуни (1958, с. 6 – 7). Этот автор также указывает, что Гаусс не *закладывал* центров точек триангуляции, и что они, стало быть, оставались на поверхности земли. Их потеря была неизбежна, см. чуть ниже. Но значимость результатов триангуляции (см. там же) автор оценил неверно, см. Багратуни (1958, с. 11):

Научно-методическая сторона работы Гаусса навсегда останется большим вкладом в высшую геодезию. Исследования и работы Гаусса [...] совершенно по-новому поставили и разрешили многие теоретические и практические вопросы высшей геодезии. На основе исследований Гаусса было затем усилиями многих [...] воздвигнуто стройное здание современной высшей геодезии.

Подробно о ганноверской триангуляции см. Galle (1924) и Gaede (1885), который включил в свою статью тексты отчётов Гаусса 1822 и 1827 гг. (с 120 – 128 и 186 – 191). Орывки из отчётов 1822, 1823, 1825, 1827, 1828, 1840 и 1844 гг. приведены в статье О Ганноверской триангуляции в т. 2 *Избр. геод. соч.* Гаусса (см. основную библиографию). Gaede также процитировал малоизвестное место из письма Гаусса Бесселю 15 ноября 1822 г., которое существенно дополняет их позднейшую переписку [iv, Прим. 5a].

18. Математическая статистика у Гаусса ограничивалась её особой главой, теорией ошибок.

19. Прусская академия наук в Берлине существовала с 1700 г. (БСЭ, 3-е изд., т. 1, 1970, столбец 912). В 1804 г. Гумбольдт надеялся, что Гаусс придаст этой академии новый глянец [vi, § 2].

20. Об отношении Гаусса к революционным событиям см. [vi, § 9].

21. БСЭ (3-е изд., т. 25, 1976, столбцы 1152 – 1153 и т. 29, 1978) упоминает в этой связи П. Л. Шиллинга (1832 и позже), но о работах за пределами России в ней ничего не говорится. В школьном учебнике физики для 9-х классов (С. В. Громов, Н. А. Родина. М., 2006, с. 63) Гаусс и Вебер забыты, зато указано, что в 1753 г. в Шотландии анонимный автор предложил электрическую связь, правда, вряд ли практически приемлемую.

Как заметил Г. В. Багратуни, письмо Гаусса Шиллингу 11 сент. 1835 г. с переводом на русский язык было опубликовано в *Вестнике АН СССР* № 4, 1955, с. 110 – 111. Гаусс был обрадован возможностью возобновить своё знакомство с Шиллингом (в Бонне или Гёттингене) и сообщил, что занят подсчётами, связанными с прокладкой телеграфа между Лейпцигом и Дрезденом. Он также заявил, что нигде нет *Более теплого отношения к стремлениям, которые направлены на то, чтобы подслушивать тайны природы, чем в Гёттингене.*

22. Со ссылкой на Морица Кантора Dunnington (1955, с. 275) сообщает, что Гаусс ставил рано умершего Эйзенштейна наряду с Архимедом и Ньютоном.

23. Это частично противоречит сказанному в начале § 7.

24. По поводу монархических убеждений Гаусса см. также Прим. 20 и [vi, § 9].

25. Собирать статистические данные, в том числе не имевшие научного значения, Гаусс начал в молодости [v].

26. Слишком сильное и бесчеловечное требование.

27. Вот соответствующее место:

Что могло служить причиной этого странного поведения? Возможно, её следует искать в определённой ипохондрии, которая подчас достигала его в разгар самого успешного творчества [...] ввиду гнетущего убожества будней и являлась оборотной стороной слишком большого напряжения его работы.

28. См. указанные автором заметки Т. L. MacDonald (1931), AN, Bd. 241, p. 31) и A. Wietzke (1930), AN, Bd. 240, pp. 403 – 406, а также приведенные Бирманом [v] в его библиографии источники [24] – [31].

29. Вот это усовершенствование (Субботин 1956, с. 297): Лагранж и Лаплас *Ограничились лишь математической стороной дела, тогда как Гаусс не только тщательно обработал своё решение с точки зрения вычислительной техники, но и учёл все условия работы и все привычки астрономов-вычислителей.*

30. О работе Гаусса в геодезии см. также Прим. 15 и 17.

31. Такой прецедент создало Societas meteorologica Palatina в конце XVIII в. (Sheynin 1984, § 3.1).

32. Вот аналогичное мнение Фурье (Fourier 1829, pp. 375 – 376) о французском Ньютоне (как называли Лапласа):

Мы не можем утверждать, что он был предназначен, чтобы создать совершенно новую науку, как Галилей или Архимед; чтобы привести оригинальные принципы, охватывающие громадную сферу, в математические учения, как это сделали Декарт, Ньютон и Лейбниц; или, чтобы первым перенестись в небо и обобщить земную динамику Галилея на всю вселенную, как Ньютон. Но он был рождён, чтобы всё усовершенствовать и исчерпать, чтобы отодвинуть все пределы и решить всё то, что казалось невозможным. Он завершил бы науку о небе, будь это возможным.

33. Идеальный математик мог бы ускорить развитие математики на несколько десятилетий (середина этого § 7), но не сделал этого.

Краткие сведения об упомянутых лицах

Шиллинг, Павел Львович (1786 – 1837), электротехник и востоковед. См. Прим. 21.

Adams John Couch, Джон Куч Адамс (1819 – 1892), астроном

Bartels Johann Christian Martin, Иоганн Христиан Бартельс (1769 – 1836), математик

Bohnenberger Johann Gottlieb Friedrich von, Иоганн Готтлиб Фридрих фон Боненбергер 1765 – 1831, астроном

Bolyai Farkas (Wolfgang), Фаркаш (в Германии Вольфганг)

Больяй, Бойаи (1775 – 1856), математик, друг Гаусса

Bolyai Janos, Янош Больяй, Бойаи (1802 – 1860), математик, один из творцов неевклидовой геометрии

Eisenstein Ferdinand Gotthold Max, Фердинанд Готтхольд Макс Эйзенштейн (1823 – 1852), математик

Ewald Heinrich, Генрих Эвальд (1803 – 1875), востоковед и богослов, зять Гаусса

Fraunhofer Joseph von, Иосеф Фраунхофер фон (1787 – 1826), оптик, физик

Galle Johann Gottfried, Иоганн Готфрид Галле (1812 – 1910), астроном

Germain Sophie, Софи Жермен (1776 – 1831), математик

Grassmann Hermann G., Герман Г. Грассман (1809 – 1877), математик

Heyne Christian Gottlob, Христиан Готтлоб Гейне (1729 – 1812), историк античности

Kästner Abraham Gottholf, Абрахам Готтхольф Кестнер (1719 – 1800), математик

Le Coq Karl Ludwig von, Карл Людвиг фон Лекок (1754 – 1829), генерал, геодезист

Le Verrier Urbain, Урбен Леверье (1811 – 1877), астроном

Lindenau Bernhard August von, Бернар Август Линденау (1780 – 1854), астроном, юрист, политик

Möbius August Ferdinand, Август Фердинанд Мёбиус (1790 – 1868), математик

Piazzi Giuseppe, Джузеппе Пиаци (1746 – 1826), астроном

Plücker Julius, Юлиус Плюккер (1801 – 1868), математик

Pfaff Johann Friedrich, Иоганн Фридрих Пфафф (1765 – 1825), математик

Paul Jean = Richter Johann Paul Friedrich, Иоганн Пауль Фридрих Рихтер (1763 – 1825), писатель, юморист

Reichenbach Georg Friedrich, Георг Фридрих Рейхенбах (1771 – 1826), изготовитель оптических инструментов

Repsold Adolph, Адольф Репсольд (1806 – 1871), изготовитель оптических инструментов

Staudt Karl Georg Christian von, Карл Георг Христиан Штаудт (1796 – 1867), математик

Steinheil Carl August von, Карл Август Штейнхейль (1801 – 1870), физик, изобретатель, инженер, астроном

Utzschneider Joseph, Иосеф Утшнейдер (1763 – 1840), инженер, предприниматель

Weber Wilhelm Eduard, Вильгельм Эдуард Вебер (1804 – 1891), физик

Zimmermann Eberhard August Wilhelm, Эберхард Август Вильгельм Циммерман (1743 – 1815), географ, зоолог. С 1766 г. профессор математики, физики и естествознания в Collegium Carolinum

Библиография сочинений, упомянутых в статье и примечаниях к ней

К. Ф. Гаусс

1813a, *Theoria attractionis etc.*

1813b, *Disquisitiones generales circa seriem infinitam*

1816, *Methodus nova integralium valores per approximationem inveniendi*

1818, *Determinatio attractionis etc.*

1825, *Allgemeine Auflösung etc.*

1828a, *Bestimmung der Breitenunterschiedes zwischen den Sternwarten etc. Abh. zur Methode der kleinsten Quadrate*. Hrsg. A. Börsch, P. Simon (1887). Vaduz, 1998, pp. 152 – 189.

1828b, *Disquisitiones generales circa superficies curvas*

1829, *Über ein neues allgemeines Grundgesetz der Mechanik*

1830, *Principia generalia theoriae figurae fluidorum etc.*

1833, *Intensitas vis magneticae terrestres etc.*

1839, *Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus*

1840a, *Atlas des Erdmagnetismus. W-12*

1840b, *Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung etc.*

1841, *Dioptrische Untersuchungen*

1844 – 1847, *Untersuchungen über Gegenstände der höhern Geodäsie.*

Русский перевод сочинений 1825, 1828b и 1844 – 1847 см. в *Избр. геод. соч.* Гаусса, т. 2.

Другие авторы

Багратуни Г. В. (1958), Введение. В книге Гаусс К. Ф., *Избр. геод. соч.*, т. 2. М., с. 3 – 18.

Субботин М. Ф. (1956), Астрономические и геодезические работы Гаусса. В мемориальном сборнике К. Ф. Гаусс. М., с. 243 – 310.

- Шейнин О. Б., Sheynin O.** (1984), On the history of the statistical method in meteorology. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 31, pp. 53 – 93. **S, G**, 47.
- Юшкевич А. П.** (1968), *История математики в России до 1917 г.* М.
- Briefwechsel** (1987), *Briefwechsel zwischen C. F. Gauß und E. A. von Zimmermann*. Göttingen. *Abh. Akad. Wiss. Gött., Math.-Phys. Kl.*, 3. Folge, No. 39.
- Dirichlet P. G. L.** (1863), *Vorlesungen über Zahlentheorie*. Дирихле П. Г. Лежен (1936), *Лекции по теории чисел*. Ред. Р. Дедекин. М. – Л.
- Dunnington G. W.** (1955), *C. F. Gauss, Titan of Science*. New York. [Math. Assoc. America, 2004.]
- Fourier J. B. J.** (1829), Historical Eloge of the Marquis De Laplace. *London, Edinb. and Dublin Phil. Mag.*, 2nd ser., vol. 6, pp. 370 – 381.
- Gaede** (1885), Beiträge zur Kenntnis von Gauss' praktisch-geodätischen Arbeiten. *Z. f. Vermessungswesen*, Bd. 14, pp. 113 – 137, 145 – 157, 161 – 173, 177 – 207, 225 – 245.
- Galle E.** (1924), Über die geodätischen Arbeiten von Gauß. *W-11/2*, No. 1.
- Gerardy Th.** (1977), Die Anfänge von Gauß' geodätische Tätigkeit. *Z. f. Vermessungswesen*, Bd. 102, pp. 1 – 20.
- Grassmann H. G.** (1844), *Ausdehnungslehre* [Учение о протяжённых величинах].
- Klein F.** (1926), *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*, Tl. 1. Berlin. Клейн Ф. (1937), *Лекции о развитии математики в XIX веке*, ч. 1. М. – Л.
- Krüger L.** (1912), *Konforme Abbildung des Erdellipsoids in der Ebene*. Veröff. Kgl. Preuss. Geod. Inst., Neue Folge, No. 52.
- Mania H.** (2009), *Gauß. Eine Biographie*. Rowohlt Taschenbuch.
- Reich K.** (1996), Frankreich und Gauß, Gauß und Frankreich. *Berichte zur Wissenschaftsgeschichte*, Bd. 19, pp. 19 – 34.
- Resultate** (1836 – 1841), *Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins*, Bde 1 – 6.
- Schafer Cl.** (1931), *Nature*, vol. 128, p. 341.
- Vallée Poussin C. J. de la** (1962), *Revue des questions scientifiques*, t. 133, pp. 314 – 330.

Библиография, составленная автором

К. Ф. Гаусс и о нём

[Полную библиографию Гаусса мы привести не можем, указаны лишь субъективно отобранные источники.] Сокращения:

ВИЕТ = *Вопросы истории естествознания и техн.*; ИМИ = *Историко-математич. исследования*; Тр. ИИИТ = *Тр. (Архив) Инст. истории науки и техн.*; АММ = *Amer. Math. Monthly*; АН = *Astron. Nachr.*; БА = *Abh. (Kgl) Bayer. Akad. Wiss., Math.-Naturwiss. Abt.*; BAMS = *Bull. Amer. Math. Soc.*; BB = *Bull. (Boll.) di bibl. e di storia delle scienze matematiche (e fisiche)*, Boncompagni; BSM = *Bull. des sciences math. et astron.*, Darboux; Crelle = *J. für die reine und angew. Math.*; DMV = *Jahresber. Deutsch. Mathematiker-Vereinigung*; FF = *Forschungen und Fortschritte*; GA = *Abh. Akad. (Kgl. Ges.) Wiss. Gött., Math.-Naturwiss. Kl.*; GGM = *Gauß-Ges. Mitt.*; GN = *Nachr. (Jahrbuch, Jahresber.) Ges. Wiss. Gött.*; HUB = *Wiss. Z. Humboldt-Univ. Berlin, Math.-Naturwiss. Reihe*; JMPA = *J. math. pures et appl.*, Liouville; LB = *Ber. Verh. (Kgl.) Sächs. Ges. Wiss. Leipzig*; MA = *Math. Annalen*; MDA = *Monatsber. Deutsch. Akad. Wiss. Berlin*; NA = *Nouv. annales math.*; NMM = *National Math. Mag.*; OK = *Ostwalds Klassiker ex. Wiss.*; SM = *Scripta math.*; TSM = *Sci. Mem. Selected from Trans. Foreign Acad. Learned Soc. Foreign Journals by R. Taylor*; Zach = *Monatl. Corr.*; ZV = *Z. v. Vermessungswesen*

I. Оригинальные сочинения, авторефераты, переписка в его Трудях (*Werke*, Bde 1 – 12. Leipzig – Berlin, 1863 – 1933)

Они содержат большое число ранее неопубликованных заметок, выдержек из переписки, комментарии и обширные исследования сочинений Гаусса в каждой отрасли науки. Первые семь томов отредактировал С. J. Schering, студент Гёттингенского университета с 1852 г., преподаватель математики там же с 1858 г. до своей смерти в 1897 г. Вот содержание этих томов.

1. *Disquisitione arithmeticae* [Арифметические исследования], 1863. Второе издание тома с комментариями, 1870.
2. Теория чисел, 1863. Второе издание с неопубликованным ранее разделом 8 *Арифм. иссл.*, небольшими дополнениями и исправлениями, 1876.
3. Анализ, 1866. Второе издание с небольшими изменениями, 1876.
4. Теория вероятностей, геометрия и геодезия, 1873. Второе издание тома почти без изменений, 1880.
5. Математическая физика, 1867. Второе издание без изменений, 1877.
6. Астрономия, 1873.
7. *Theoria motus* [Теория движения], 1871. Второе издание с новым комментарием Мартина Бренделя и ранее неопубликованными рукописями, 1906.

После смерти Шеринга издание продолжилось под энергичным руководством Феликса Клейна, который организовал сбор [поиски неопубликованных ?] материалов и привлёк экспертов для их изучения по отдельным отраслям науки. С 1898 по 1922 г. он опубликовал 14 отчётов под общим названием *Bericht über den Stand der Herausgabe von Gauß' Werken* [Отчёт о состоянии выпуска *Трудов Гаусса*] в *Nachrichten* Гёттингенской академии и перепечатанным в МА и BSM.

В результате усилий Клейна значительно пополнился архив Гаусса в Гёттингене, появились многие отдельные публикации и тома 8 – 12 самих *Трудов Гаусса*.

8. Дополнение к томам 1 – 4, 1900. Статьи и переписка по математике. Статья на с. 36 – 64, как выяснилось, не была написана Гауссом, см. т. 10 *Трудов*, ч. 1, с. 137.

9. Геодезия, 1903. Дополнение к т. 4 и в том числе некоторые ранее пропущенные публикации Гаусса.

10, ч. 1. Дополнения по чистой математике, 1917. Включён знаменитый *Дневник Гаусса (Tagebuch)*, в котором в 1796 – 1814 гг. он записывал свои математические результаты. *Дневник* был найден в 1898 г. Штеккелем (Р. Stäckel) и вновь опубликован Клейном [...] в Берлине в 1901 г. и в МА, т. 57, 1903, с. 1 – 34. Здесь, в т. 10, *Дневник* перепечатан с весьма обширными комментариями, а также в виде факсимиле. [...]

10, ч. 2. Биографические очерки 1922 – 1933 гг., см. ниже [опущены].

11, ч. 1. Дополнения по физике, хронологии и астрономии, 1927.

11, ч. 2. Биографические очерки 1924 – 1929, см. ниже [опущены].

12. *Varia. Atlas des Erdmagnetismus* [Атлас геомагнетизма], 1929.

13. Этот том должен был содержать биографический материал (особенно о Гауссе как профессоре), библиографию и указатель. Том подготовили Н. Герперт и Е. Bessel-Hagen, но он не был издан.

II. Переводы и иные перепечатки

[Мы указываем почти только источники на русском языке, не обязательно из переводимой статьи Мея.]

Общие исследования о кривых поверхностях. В сборнике *Об основаниях геометрии*. Казань, 1887, 1895. Также в 1958 г., см. ниже.

Гаусс К. Ф. (1859), *Способ наименьших квадратов*. Перевод с французского. *Теоретическая астрономия*. Лекции 1820 – 1826 гг. В книге А. Н. Крылов, *Собр. соч.*, т. 6. М. – Л., 1936.

Об измерении земного магнетизма. *Уч. Зап. Моск. Univ.*, т. 7, № 2, 1836, с. 3 – 22.

Тилло А. А. (1866), *Геодезические исследования Гаусса, Бесселя и Ганзена*. СПб. Издательство Лань, 2013. Содержание: Гаусс, Решение в общем виде задачи: Изображение частей заданной поверхности на другой заданной поверхности и т. д. (см. ниже); Бессель, О вычислении долгот и широт при геодезических измерениях; Гаусс, Исследования по высшей геодезии; Ганзен, Геодезические исследования (1865); Приложения.

Избранные труды по земному магнетизму. Л., 1952.

Избранные геодезические сочинения, т. 1. М., 1957. Редактор Г. В. Багратуни.

--- Введение (Г. В. Багратуни), с. 3 – 15.

--- (1809a, нем.), Авторское сообщение о (1809b), с. 150.

--- (1809b, латин.), Теория движения небесных тел, кн. 2, раздел 3, с. 89 – 109.

- (1811, латин.), Исследование об эллиптических элементах Паллады, с. 111 – 120.
- (1816, нем.), Определение точности наблюдений, с. 121 – 128.
- (1821, нем.), Авторское сообщение о (1823b, часть 1), с. 141 – 144.
- (1823a, нем.), Авторское сообщение о (1823b, часть 2), с. 144 – 147.
- (1823b, латин.), Теория комбинаций наблюдений, подверженных наименьшим ошибкам, части 1 – 2, с. 17 – 57.
- (1826, нем.), Авторское сообщение о (1828), с. 147 – 150.
- (1828, латин.), Теория комбинаций наблюдений ..., Дополнение, с. 59 – 88.
- Соответствующий немецкий сборник: *Abhandlungen zur Methode der kleinsten Quadrate*. Редакторы А. Börsch, Р. Simon. Berlin, 1887; Vaduz, 1998.
- *Избранные геодезические сочинения*, т. 2. М., 1958. Редактор Г. В. Багратуни.
- Введение (Г. В. Багратуни), с. 3 – 18.
- Решение в общем виде задачи: Изображение частей заданной поверхности на другой заданной поверхности с сохранением подобия в бесконечно малых частях (1825), с. 19 – 37.
- Исследование по высшей геодезии. Первая статья (1844), с. 38 – 62.
- Авторское сообщение (1843) об этой статье, с. 135 – 138.
- Исследование по высшей геодезии. Вторая статья (1847), с. 63 – 91.
- Авторское сообщение (примерно 1846) об этой статье, с. 139 – 142.
- Общие исследования о кривых поверхностях (1828), с. 92 – 126.
- Авторское сообщение (примерно 1827) об этой статье, с. 143 – 147.
- Рецензия (1830). Геодезические и астрономические работы для измерения дуги средней параллели, выполненные в 1821, 1822 и 1823 гг. в Пьемонте и Савое [...], тт. 1 – 2, Милан, 1825 – 1827, с. 127 – 134.
- Конформное отображение сфероида на плоскости. Наследие (опубл. в т. 9 *Трудов*), с. 148 – 172.
- Из писем Гаусса к Шумахеру, Ольберсу, Герлингу, Бесселю, Боненбергеру, с. 173 – 208 и 227 – 236.
- О Ганноверской триангуляции. План сочинения и его начало. Наследие (опубл. в т. 9 *Трудов*), с. 209 – 227.
- Комментарии и примечания (Г. В. Багратуни), с. 237 – 245.
- Труды по теории чисел*. М., 1959.

III. Переписка

Основная переписка с Бесселем, Бойаи, Герлингом, Ольберсом и Шумахером перепечатана в соответствующих томах серии *Werke*, *Ergänzungsreihe*, Bde 1 – 5. Hildesheim, 1975 – 1987.

IV. Библиография и Биографии

Основные библиографии: в соответствующем томе справочника Поггендорфа (VII А, доп. № 2, с. 223 – 238), в книге Даннингтона (см. ниже) [и у самого Мея]. Биографии:

Симонов И. М. (1844), *Записки и воспоминания о путешествии* [по Европе] в 1842 г. Казань.

Sartorius von Waltershausen W. (1856), *Gauß zum Gedächtnis*. Wiesbaden, 1965.

Dunnington G. W. (1955), *C. F. Gauß, Titan of Science*. New York. [Math. Assoc. America, 2004.]

Eisenhart C. (1978), Gauß. In Kruskal W., Tanur J. M. (1978), *Intern. Enc. of Statistics*, vol. 1. New York – London, pp. 378 – 386.

V. Вторичная литература

[Мы в основном указываем только источники на русском языке, не обязательно из переводимой статьи Мея.]

Назимов П. С. (1889), По поводу одного мемуара Гаусса. *Варш. унив. изв.*, т. 4. Отдельная пагинация.

Слешинский И. В. (1892), К теории способа наименьших квадратов. *Зап. математич. отд. Новоросс. общ. естествоиспытателей*, т. 14, с. 201 – 264.

Марков А. А. (1899), Закон больших чисел и способ наименьших квадратов. В книге автора *Избранные труды*. Без места, 1951, с. 231 – 251.

Кузьмин Р. (1928), Об одной задаче Гаусса. *Докл. АН СССР*, сер. А, № 18 – 19, с. 375 – 380.

- Колмогоров А. Н.** (1946), К обоснованию метода наименьших квадратов. *Успехи математич. наук*, т. 1, с. 57 – 71.
- Идельсон Н. И.** (1947), *Способ наименьших квадратов и теория математической обработки наблюдений*. М.
- Колмогоров А. Н. и др.** (1947), Одна формула Гаусса из теории метода наименьших квадратов. *Изв. АН СССР*, сер. математическая, т. 11, с. 561 – 566.
- Мальцев А. И.** (1947), Замечание к работе А. Н. Колмогорова и др. *Изв. АН СССР*, сер. математическая, т. 11, с. 567 – 578.
- Каган В. Ф.** (1948), Строение неевклидовой геометрии у Лобачевского, Гаусса и Бойаи. Тр. ИИИТ, т. 2, с. 323 – 389. Перепечатано в книге автора *Лобачевский и его геометрия*. М., 1955, с. 193 – 294.
- Крылов А. Н.** (1932, доклад), Речь, опубл. 1934. *Собр. трудов*, т. 1, ч. 2. М. – Л., 1951, с. 279 – 297.
- К. Ф. Гаусс. Сто лет со дня смерти** (1956). Редактор И. М. Виноградов. М.
- **Делоне Б. Н.**, Работы Гаусса по теории чисел, с. 11 – 112.
 - **Норден А. П.**, Геометрические работы Гаусса, с. 113 – 144.
 - **Маркушевич А. И.**, Работы Гаусса по математическому анализу, с. 145 – 216.
 - **Гнеденко Б. В.**, О работе Гаусса по теории вероятностей, с. 217 – 240.
 - **Субботин М. Ф.**, Астрономические и геодезические работы Гаусса, с. 243 – 310.
- Багратуни Г. В.** (1955), *К. Ф. Гаусс. Краткий очерк геодезических исследований*. М.
- Венков Б. А.** (1956), Труды К. Ф. Гаусса по теории чисел и алгебре. ВИЕТ, № 1, с. 54 – 60.
- Погорелов А. В.** (1956), Работы К. Ф. Гаусса по геометрии поверхностей. Там же, с. 61 – 63.
- Норден А. П.** (1956), Гаусс и Лобачевский. ИМИ, вып. 9, с. 145 – 168.
- Helmert F. R.** (1904), Zur Ableitung der Formel von Gauss. In author's *Akademie-Vorträge*. Frankfurt/Main, 1993, pp. 173 – 188.
- Reich K., Roussanova E.** (2012), *C. F. Gauß und Rußland*. Berlin.
- Sheynin O. B.** (1979), Gauss and the theory of errors. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 20, pp. 21 – 72. **S, G**, 47
- (1994), Gauss and geodetic observations. *Ibidem*, vol. 46, pp. 253 – 283.
 - (1999), Discovery of the principle of least squares. *Hist. Scientiarum*, vol. 8, pp. 249 – 264. **S, G**, 29
 - (2001a), Gauss, Bessel and the adjustment of triangulation. *Ibidem*, vol. 11, pp. 168 – 175.
 - (2001b), Gauss. In Heyde C. C., Seneta E. (2001). *Statisticians of the Centuries*. New York, pp. 119 – 122.
 - (2012), New exposition of Gauss' final justification of least squares. *Math. Scientist*, vol. 37, pp. 147 – 148. Полный текст в *Silesian Stat. Rev.*, No. 12 (18), 2014, pp. 39 – 47.

О взаимоотношениях К. Ф. Гаусса и Ф. В. Бесселя

K.-R. Biermann, Über die Beziehungen zwischen C. F. Gauß und F. W. Bessel.
Mitt. Gauß-Ges. Göttingen, No. 3, 1966, pp. 7 – 20

[1] Важнейшим источником для оценки взаимоотношений между Властелином математики Гауссом и крупнейшим астрономом из его современников, как назвал Бесселя Гумбольдт, является переписка этих героев духа. Она исключительно полезна в научном отношении и быть может без преувеличения её следует считать важнейшей из опубликованных научных переписок. В их письмах мы встречаем изобилие исключительно интересных для истории науки размышлений, результатов, наблюдений, задач и т. д. Неудивительно, что эта переписка, изданная в 1880 г. по заказу Берлинской академии наук астрономом Артуром Ауверсом, стала сенсацией¹.

К тому времени отмечалось редко выявляющиеся, но заметные следы удивления тому, что Гаусс так часто реагировал на сообщения о научных находках утверждениями, иногда несколько сжатыми и странными, о том, что появлявшиеся результаты давно уже были ему известны. Сегодня мы знаем, что Гаусс ни разу не был виновен в научных преувеличениях и что он на самом деле намного опережал своё время. Но в то время, когда появилась его переписка с Бесселем, бо́льшая часть ныне опубликованных материалов была неизвестна. Друзья Гаусса никогда не сомневались, что его сообщения достойны полнейшего доверия, но более отдалённые от него современники иногда потихоньку высказывали лёгкое подозрение в том, что этот великий человек подчас быть может несколько сгущал краски и не мог или не хотел признавать заслуг других авторов. И естественно, конечно, что у следующего поколения, которое не имело никаких личных отношений с Гауссом, подобные сомнения усилились, тем более, что имелась лишь одна опубликованная переписка Гаусса с Шумахером (если не считать его появившейся в 1879/1880 г. переписки с Софи Жермен). Она вряд ли предоставляла достаточное доказательство противного, потому что Шумахер вовсе не был равен Гауссу. Но с публикацией переписки Гаусса и Бесселя [отношение к Гауссу] начало изменяться, поскольку с тех пор превосходство Гаусса над окружающим его научным миром проявлялось с каждым изданием его записей или писем. Прочитав переписку Гаусса и Бесселя, Вейерштрасс (один из великих мастеров математики, имевший, при всём их различии, немало общих черт с Гауссом, обладавший, к примеру, открытиями, которые становились всеобщим достоянием лишь десятилетиями позже), выразил своё изумление, например, в письме Г. А. Шварцу: *Уже в начале века Гаусс обладал существенными идеями нашего нынешнего анализа.*

Он специально имел в виду письмо Гаусса 18 декабря 1811 г., в котором содержалась интегральная теорема Коши² и была чётко указана её значимость.

Но переписка Гаусса и Бесселя столь поучительна не только в научном отношении, она важна и для оценки их человеческих характерных качеств и особенностей, равно как и их взаимоотношений. И всё же многие вопросы остаются как раз здесь открытыми. Для их разрешения следует обращаться к переписке друзей Гаусса друг с другом. И мы пытаемся таким образом несколько прояснить отношения между Гауссом и Бесселем и особенно опираемся на переписку Бесселя и Шумахера, которую до сих пор использовал только Иоганн Адольф Репсольд в обеих своих статьях (1918; 1919). Несмотря на их достоинства, они в то смутное время, конечно же, не привлекли надлежащего внимания.

Переписка Гаусса и Бесселя началась в декабре 1804 г., когда Бессель был ещё торговым служащим в бременской фирме Куленкамп. Она продолжилась во время пребывания Бесселя в качестве ассистента на астрономической обсерватории Шрётера в Лилиентале возле Бремена (с марта 1806 г. по март 1810 г.), а затем в тот период, когда Бессель стал директором обсерватории и ординарным профессором астрономии в Кёнигсберге (с мая 1810 г.) и закончилась за полтора года до его смерти 17 марта 1846 г. От Бесселя Гаусс получил 119 писем, Гаусс же написал ему 75 писем; лишь одно его письмо 28 октября 1843 [1843?] года было продано на рынке автографов и поэтому не попало в опубликованную переписку.

[2] Гаусс и Бессель впервые встретились 28 июня 1807 г. в Бремене, у Ольберса, который был тесно связан с ними обоими, равно как и с Шумахером. Он открыл 20-летнего Бесселя в 1804 г.; будучи на 27 лет старше, отечески следил за его развитием и, вплоть до своей смерти в 1840 г., проявлял самое тёплое участие к его жизни. И переписка Гаусса и Бесселя началась в результате его посредничества.

Уже при первой встрече Гаусс и Бессель, разность возрастов которых составляла всего семь лет, почувствовали искреннюю симпатию друг к другу, которая усилилась при последующей встрече Бесселя с Гауссом, Шумахером и Ольберсом 2 сентября 1809 г. в Лилиентале [в Нижней Саксонии]. В 1808 г. Гаусс и Ольберс сумели предотвратить угрожавший Бесселю призыв на военную службу, а когда тот вначале столкнулся в Кёнигсберге с трудностями, поскольку занимал профессорскую должность, не будучи доктором, Гаусс позаботился о том, чтобы он защищал диссертацию в Гёттингене. Понятно, что Бессель ценил эти дружеские одолжения. *Было бы возможно, дорогой Гаусс, снова доказать, как охотно я услужил бы Вам*, написал он в письме 10 марта 1811 г.

Следовало полагать, что сложилась основа для крепкой, продолжительной и непоколебимой дружбы, тем более, что со стороны Гаусса никак не отсутствовали свидетельства высокого уважения и симпатии (*semper totusque tuus* [неизменно вполне

твой]). Но произошло иное. В июне и июле 1819 г. Гаусс и Бессель неоднократно разминались в Гёттингене и Лауэнбурге [примерно 40 км от Гамбурга], зато в августе 1819 г. новая встреча Бесселя с Шумахером в том же Лауэнбурге оказалась началом тесной дружественной связи, о чём свидетельствуют 535 писем Бесселя и 596 писем Шумахера.

Бросается в глаза, что с годами тон писем в переписке Гаусса и Бесселя становился менее сердечным и постепенно оказался официальным и формальным. Письма составлялись реже; примерно 2/3 из них пришлось на первую половину периода переписки, и только 1/3 – на вторую половину. Письмо Гаусса 31 декабря 1831 г., в котором он сообщил о смерти своей второй жены, ещё дышало прежней сердечностью:

Я очень давно, мой дорогой Бессель, не писал Вам. Вы подарили мне две свои превосходные работы, я же, как мне думается, не поблагодарил ещё и за первую. Мне стыдно за свою вину, но я уверен, что Вы её простите, что у Вас и мысли такой не промелькнуло, будто я забыл оценить Ваши научные сообщения и выражения Вашего дружественного образа мыслей. Вы же знаете, как высоко, как очень высоко я оцениваю и то, и другое.

Но Ваш бедный друг вот уже полтора года является жертвой тяжелейших домашних страданий. Исход одних Вы легко усмотрите по употребляемому мной вот уже 4 месяца цвету печати³. Другие же, быть может ещё более тяжёлые, быть может не закончатся до моей смерти. Но позвольте мне об этом умолчать. Это мучительно действует на все мои научные занятия и свело почти на нет мою переписку.

Бессель не выразил соболезнования. Ввиду одной из своих своеобразных чёрт, подобных писем он не мог писать. Он не хотел выглядеть слишком мягкосердечным и, как метко отметил Репсольд, не стеснялся казаться скорее холодным. А в 1840 г., после трагической смерти единственного 26-тилетнего сына Бесселя, Гаусс, в свою очередь, также не нашёл ни слова для сочувствия.

Между июлем 1833 г. и февралём 1839 г., т. е. полных 5 1/2 лет, он хранил полное молчание. С ноября 1842 г. прежнее непринуждённое обращение Бесселя к Гауссу заменилось словами *Высокочитимый милостивый государь (Herr) и друг*. Каковы же были решающие причины для такого охлаждения, которое проявлялось не только в обращениях и редкости писем, а вообще и при формулировке сообщений?

[3] Начнём с Гаусса. 23 декабря 1848 г. он разъяснил Шумахеру, что при предусматриваемой, но в то время не осуществившейся публикации писем Бесселя обращение *Милостивый государь* следовало опустить, чтобы не дать повода к кривотолкам. Он, Гаусс, уверен, что не с его подачи ввелось это обращение. Далее Гаусс дословно заявил:

Я неохотно упоминаю ещё одно письмо, которое с удовольствием полностью изъять бы. [Он имел в виду письмо 28 мая 1837 г., см. ниже.] В то время он сильно оскорбил меня, и притом не столько существом дела, сколько неподобающим

тоном последних строк, который я никогда не позволяю себе в разговоре с подчинёнными. [...] Насколько помню, я на это письмо никак не ответил.

Далее Гаусс сообщает Шумахеру, что в письме 28 февраля 1839 г. он выразил обиду по поводу выражения Бесселя и что тот 28 июня безуспешно, по мнению Гаусса, попытался оправдаться, но по существу лишь вновь необоснованно напал на него. И это второе письмо следовало, как считал Гаусс, изъять из публикации. Вот соответствующие выдержки.

1. Бессель Гауссу. Кёнигсберг, 28 мая 1837 г.

Я с большим интересом прочёл в предыдущем шумахеровском ежегоднике⁴ то, что Вы сообщили про свои электромагнитные изыскания. Они были мне очень важны и ввиду достоверного и прочного вытекающего из них продвига, и потому, что Вы исправили моё ошибочное мнение.

Я раньше полагал, что Вы хотели обратить своё внимание на всеобщность и одновременность изменений геомагнетизма. Теперь же я вижу, что появится исчерпывающая теория всего явления магнетизма и его связи с электричеством. Могу лишь пожелать, что после того, как Вы сообщите нам о своих исследованиях, увижу и её значимость ярко освещённой.

Я вряд ли обоснованно надеюсь на то, что моё желание имеет какой-то вес, но всё же не умолчу о том, что в связи с Вашими нынешними занятиями оно полностью направлено на возможно быстрое ознакомление с ними.

Вы никогда не признавали обязанности своевременно сообщать о соответствующей части своих исследований, чтобы тем самым способствовать нынешнему познанию. Вы живёте для будущего, что полностью противоречит моему мнению. Я полагаю, что права нынешнего времени должны признаваться тем более, чем надёжнее ввиду этого окажется дальнейшее, которым Вы владеете. Когда новооткрытые планеты вызвали к жизни Вашу Теорию движения, Вы трудились не только для будущего, что доказывается и Вашими [Арифметическими] исследованиями [1801 г.].

Вы никак не смогли бы усмотреть ожидаемого происшедшего успеха, если следовали бы своей собственной мерке, но Вы не могли оставаться в неведении о том, как напряженны были усилия следовать по пути, который Вы предначертали. Где находилось бы сейчас математическое познание не только в Вашем доме, но и во всей Европе, выскажи Вы всё, что могли бы. Нет нужды продолжать, притом я опасюсь просто повторить то, что Вам уже сто раз сказали.

Особенно уязвило Гаусса окончание этого письма.

2. Гаусс Бесселю. Гёттинген, 28 февраля 1839 г.

Я склонен опасаться, что Вы приходите к ошибочному представлению [...] о том, чего я хотел добиться своей работой об общей теории геомагнетизма. С одной стороны, мне льстит, что Вы придаёте значение этой торопливой публикации⁵, но должен сожалеть по поводу резкого выражения, которое Вы при этом употребляете. Автора можно упрекать за задержку

только того, что содержит что-то вполне готовое, т. е. готовое для публикации, которая в его власти. Но этого я ещё никогда в жизни себе не позволял.

Что-то может быть в основном вполне готово само по себе, но не подготовлено к печати. Для такой подготовки мне требуется время, потому что так уж я устроен, что могу работать только медленно. Требуется время, много времени, намного больше, чем Вы, видимо, представляете себе. А моё время очень ограничено. И кроме того мне необходимо бодрое настроение (намного более необходимо, чем для первичного открытия), а оно-то, к сожалению, омрачается слишком сильно и со слишком многих сторон. И поэтому я бы определённо просил судить обо мне более справедливо.

Слова упрекать Бессель в явном виде вовсе не употребил, и в своём упомянутом выше письме 23 декабря 1848 г. Шумахеру Гаусс предположил, что получил ещё одно письмо от Бесселя, но не сохранил его. И всё же можно представить себе, что при этом обсуждении Гаусс запомнил лишь смысл упреков Бесселя^{5а}.

3. Бессель Гауссу. Кёнигсберг, 28 июня 1839 г.

Разрешите прежде всего сказать, что я не имел в виду упреки в дурном смысле. У меня и в мыслях не было, что Вы хотели скрыть от других богатство своих идей. Саму эту тему я скорее рассматривал в точности так же, как Вы её поясняете. И я достаточно часто имел повод поражаться той максимальной тщательности, с которой Вы отделяете способ и форму изложения, но определённо заметил, что подобная зрелость не совместима с более быстрой последовательностью публикаций. Поэтому позвольте мне высказать что-то в свою защиту.

Против значимости полностью созревшего научного исследования я тоже не посмею безнаказанно возражать. Но при стремлении к максимуму [значимость] возрастает лишь на величины второго порядка при возрастании времени на величины первого порядка.

Не должна ли сама главная идея, опубликованная в приличествующем, пусть не в наилучшем возможном виде, скорее способствовать науке, чем отсрочки на время, благоприятное для появления Вашей высшей степени добротности? Разве Эйлер добился бы того многого, которое ему удалось, выпустил он в свет не всю огромную массу своих идей, а лишь её десятую часть в безупречном виде? Разве Лагранж поступил бы лучше, отсрочив появление своих первых трудов (в Туринских мемуарах [*Miscellanea Taurinensia*]) на 20 ли 30 лет до их полной зрелости?

Я знаю, что на эти вопросы можно ответить только исходя из какой-то точки зрения, а не безусловно. Но я придерживаюсь того взгляда, из которого вытекает Ваше одобрение [?]. Вам безразлично, если что-то берётся из Вашего кладезя. И поэтому Вы по существу следуете только своей собственной точке зрения. Но Вы не можете не знать, что и то, что не было взято у Вас, Вы подвергаете опасности оказаться окончательно потерянными. И поэтому Вы можете только ожидать, что все

друзья точных наук противопоставят Вашу точку зрения Вашей собственной выгоде, что вообще-то, как правило, и происходит. Во всяком случае, современники ещё более обоснованно желают, чтобы Вы были менее строгими. Но я зашёл слишком далеко, я ведь хотел только оправдаться.

Можно, конечно, понять, что тот, кто так же хорошо сознаёт свою значимость, как Гаусс, оценит пожелания, подобные выраженным Бесселем в письме 28 мая 1837 г., притом в формулировке, несколько смахивающей на поучение, как непрошенную опёку, как неверное суждение о своей особенности исследования и публикации. Но такое расхождение мнений всё же допустимо между друзьями.

[4] Бессель описывается как временами несколько выпльчивый, но при общении доброжелательный, жизнерадостный, бодрый, искренний человек. Нередко он заходил слишком далеко. Известный спор Бесселя с берлинским астрономом Энке, учеником Гаусса, который с его помощью стал директором Берлинской обсерватории, показывает, что он мог быть и непримиримым. Даже его тесная дружба с Шумахером повисла на волоске ввиду несогласия с Энке.

Но, как правило, Бессель менял тон и стремился исправить то, что испортил, будучи в плохом настроении (письмо Шумахеру 16 марта 1838 г.) и не стеснялся задним числом заявлять, что сердечно жалеет о происшедшем (там же). И в письме Гауссу 28 июня 1839 г. он всё же поменял тон, хоть, правда, его доводы не встретили у Гаусса взаимности.

Мы должны также упомянуть, что Бессель вовсе не был одинок со своей точкой зрения. 25 января 1825 г. Ольберс, который ни в коей мере не расходился с Гауссом, написал ему:

Я очень интересуюсь Вашим мемуаром о возмущениях планет. Очень возможно, что Вы снова столкнётесь [в этой теме] с Гауссом, как это действительно произошло с мемуаром об определении изгиба инструментов, о чём он мне устно сообщил примерно три недели назад, до того, как Шумахер получил Ваше письмо. Здесь это произошло лишь случайно, но наш Гаусс часто сам виноват, если другие опережают его с открытиями, которые были уже известны ему.

Я не могу достаточно хвалить Вас, мой дорогой друг, и многие мои корреспонденты с благодарностью и восхищением признают, что Вы неизменно из чистой любви к науке немедленно уведомляете об открытии нового метода, решения, нового верного взгляда, достигнутого Вашим гением и исследованиями. И Вы не принимаете во внимание, что после этого другие могут открыть новое, разрешить иные вопросы, что-то вычислить дополнительно, хоть до Вашего сообщения им это было бы слишком тяжело и даже невозможно.

Мне представляется, что Гаусс неизменно хочет срывать только самые спелые фрукты, к которым его приводит обнаруженный и проторенный им путь, до того, как показывать их другим. Я полагаю, что это небольшая слабость великого в остальном человека, притом постольку меньше требующая

разъяснения, поскольку он, при своём неизмеримом богатстве идеями, так много подарил нам⁶.

Шумахер также высказал Гауссу подобные мысли, правда в своей собственной дипломатичной форме, и тот не обиделся на него. Годами раньше Бессель уже сообщил Гауссу разделённое многими другими мнение о том, что ему следовало бы с большей пользой тратить своё драгоценное рабочее время, передавая геодезические изыскания менее выдающимся специалистам. Гаусс ответил ему 14 марта 1824 г.:

Во многих письмах Вы делали такой упор на малую значимость, придаваемую Вами на результаты измерений, и тем самым в какой-то степени упрекали меня в том, что я теряю своё время и желали мне благополучно покончить с этими потерями. Бог ты мой, как неверно Вы судите обо мне. Но стремление опровергнуть Ваше неверное мнение обо мне важнее моего нежелания оправдываться перед Вами.

По правде говоря, я по существу полагаю, что все измерения в мире не стоят одной теоремы, при помощи которой наука действительно продвинется ещё на шаг к вечным истинам. Но судить следует не об абсолютной, а об относительной значимости. Ей без сомнения обладают измерения, которые соединят мою систему треугольников с системой Крайенгофа, а потому и с французскими и английскими триангуляциями. И как бы незначительно Вы эту значимость ни оценивали, она, по моему мнению, всё же превышает значение триангуляции с разрывами⁷.

Я здесь так далёк от владения своим временем ... Я должен делить его между чтением лекций (к чему я издавна чувствовал отвращение, которое не развивалось, но усиливалось неизменно сопровождаемым чувством, что моё время пропадает) и работой по практической астрономии. Мне это последнее всегда доставляло столько радости, что Вы должны всё же признать, что при невообразимом числе малых и мельчайших дел, требующих реальной помощи, чувство потери времени может отдалиться, если человек уверен, что преследует большую важную цель. Но как раз это Вы нам, остальным, усложнили, потому что опередили нас и так мастерски выполнили большинство требуемого, что нам осталось немного больше, чем то и дело выискивать остатки.

Так что же мне делать с подобной работой, которую я считаю высоко значимой, имея лишь мимолётное время? Человек с другим характером, менее восприимчивый к неприятным впечатлениям, или я сам, изменись многое, быть может добился бы больше мимолётного времени, чем сейчас. При существующих обстоятельствах я не могу отказаться от этого предприятия, которое, хотя и связано с тысячей трудностей, и быть может отрицательно действует на мои силы, несомненно полезно.

Правда, его мог бы выполнить кто-нибудь другой, в то время как я сам в более приличных условиях занялся бы чем-нибудь получше, но дело в том, что если я не возьму этого на себя, то оно наверняка вообще не будет выполнено. Наконец, ещё одна

вещь, которую я не могу скрыть от Вас, это некоторое выравнивание несоответствия между заработком, который в 1824 г. оказался таким же, как выплачиваемый Вам Жеромом⁸ в 1810 г., и потребностями многочисленной семьи.

Бессель мало чего достиг. 15 января 1832 г. в письме Шумахеру он удивлялся тому, что Гаусс настолько занялся физикой, *хоть и имеет в запасе громадные математические сокровища*, но что он находит это необычным лишь в указанной связи. И это недоумение также разделялось многими современниками, например, Гумбольдтом.

[5] В цитированном выше письме Гаусса нет никакого следа обидчивости, так почему же через 15 лет он воспринял [пожелание Бесселя] так чувствительно? Достаточно ли будет заметить, что готовность к примирению ослабляется с возрастом? Думаю, что нет. Скорее я полагаю, что рассуждения Бесселя были встречены так резко потому, что Гаусс со времени заболевания своей второй жены и известных затруднений с сыновьями от этого второго брака (на что он намекнул в письме 31 дек. 1831 г., см. выше) иногда страдал от депрессии, которая проявлялась и раньше. И поэтому, как Шумахер сообщил Бесселю, Гаусс оказывался

a queer sort of a fellow [своего рода чудаком] и *эгоистом* несколько более, чем допустимо для приятного общения, но притом исключительно честным и неспособным ни на какие низменные хитрости и увёртки⁹.

Существует много свидетельств о переменчивом настроении Гаусса. Он, например, как-то указал, что не будет заниматься присланной ему рукописью, потому что она слишком скверно написана. [На самом же деле она была *чёткой*.] Ниже следует в той же мере показательное описание посещения Гаусса Шумахером в мае 1834 г. Шумахер начинает своё письмо Бесселю 30 мая 1834 г. столь резким сравнением, что мы его опускаем¹⁰. Далее он сообщает, что Гаусс постепенно высказал, что именно он против него, Шумахера, на сердце держит:

1. *Не приехал вначале в Гёттинген, а [только] потом в Берлин.*
2. *С Вами [с Бесселем] провёл 14 дней, а с ним лишь несколько.*
3. *Мой отъезд, поскольку Вы ещё оставались, я отложил на несколько дней. (Не могу догадаться, как он об этом узнал, если только Энке не написал ему об этом.)*

4. *Свой отъезд я назначил на дневное [т. е. не на ночное] время и жил не у него, а в гостинице. Я спрашивал его из Берлина, не позволит ли он мне, ввиду сумятицы, наступившей в его доме после смерти его жены, на этот раз остановиться в гостинице. [...]*

Но довольно об этом! Гаусс, конечно же, сам страдает от своего недовольства всем на свете, и именно поэтому тот, кто с ним общается, не должен обижаться, если его дурное настроение иной раз вспыхивает как затаённый огонёк.

В своём ответе 4 июля 1834 г. Бессель назвал эту характеристику курьёзной и продолжал:

Но отсюда следует, что наш друг – отъявленный эгоист. Как иначе могло бы так проявляться плохое настроение по поводу случая, который ему не понравился, что Ваше высказывание [следует иносказание, использованное Шумахером] до некоторой степени подтвердилось.

Когда сам Бессель в июне 1842 г. по пути в Англию навестил Гаусса, ему пришлось не лучше [чем Шумахеру]. Они не виделись с апреля 1825 г., и вот в Ротенбурге, на почтовом тракте к Бремену, они встретились лишь на час. Дело не дошло до желательной Гауссу беседы, потому что присутствовало много других астрономов. Следовало предположить, что на этот раз они воспользовались случаем для продолжения прежней дискуссии и заглаживания обид, нанесённых друг другу. Но ничего подобного не произошло.

21 ноября 1842 г. Бессель сообщил своему другу, Шумахеру:

Вам известно, что я потратил пару дней, сделав кряк и остановившись в Гёттингене. Пообедав и приодевшись, я отправился к Гауссу, но обнаружил, однако, что он был колок. Говорил о пребывании в Англии и назвал тамошнее питание губительным. Я полагал, что должен буду устраиваться соответствующим образом, имел в виду не обедать регулярно, а довольствоваться супом и бифштексом на завтрак. Услышав про бифштекс, Гаусс заговорил о своих зубах в точности так, как Вы мне написали, и потому об источнике его замечаний у меня не было сомнений.

Мне это было забавно, но в противном случае я вряд ли преодолел бы искушение успокоительно ответить на его замечание о пороке своих зубов, сказав, что кусание доставит ему удовольствие, если он при этом немногого добьётся. [...] На следующее утро он, однако же, был вполне любезен, так что в конце концов мне стало приятно, что заехал в Гёттинген.

29 ноября Шумахер указал, что примерно год назад переписывался с Гауссом по поводу зубного протеза, но что с тех пор эта тема не затрагивалась. 5 декабря Бессель его успокоил:

Оставьте в покое зубы, и мои, и гауссовы. Они не имеют значения. Дурное настроение Гаусса должно как-то проявляться. Я очень далёк от того, чтобы обижаться на такое настроение и рассказываю Вам про странность, с которой Гаусс воспринимает оказанное ему внимание, только ввиду её самой. На подобное внимание с Вашей стороны он ранее именно так и отозвался. Но вообще-то и я не всегда нахожусь в хорошем настроении.

На это Шумахер ответил 21 декабря.

Мне не приходило в голову желание оправдывать плохое настроение Гаусса. Я только хотел показать, что вряд ли снабдил его непосредственными доводами против Вас. Он – один из самых особенных людей на свете, на которого, хоть часто и раздражаешься, при всех его острых углах нельзя по сути сердиться.

На внимание, как Вы заметили, и как мне тоже известно по собственному повторному опыту, он обычно отвечает

выражением скверного настроения. Зная это, я нахожу, что намного лучше не делать ничего, выходящего за пределы обычной вежливости. Вы, конечно же, не знали, что Ваш приезд в Гёттинген он уже считал вниманием. И таким образом Вы одним лишь своим присутствием совершили что-то иное и должны были ответить за последствия.

Вебер утверждает, что плохое настроение у Гаусса происходит в основном ввиду мозолей, от которых он особенно сильно страдает. По его свидетельству, когда мозоли ему слишком докучают, он становится в высшей степени раздражительным и сердитым, а через несколько часов, когда боль проходит, он оказывается самой любезностью. Что он действительно бывает любезным, мне тоже известно по своему опыту, но так происходит не часто.

Бессель ещё раз вернулся к этой теме. 26 декабря он написал:

О Гауссе нечего сказать. Немного плохого настроения не имеет значения. О нём можно совсем забыть даже если оно в последующие дни исчезло не полностью. Если голова так наполнена, а ноги болезненны, как можно всегда находиться в устойчивом равновесии?

Несмотря на эти столь правдоподобно звучащие забавные уверения, Бессель, видимо, не простил своего первоначального угрюмого приёма у Гаусса, потому что в первом же письме, которое он написал после посещения Гёттингена, начал употреблять отмежёвывающее обращение *Высокочтимый милостивый государь (Herr) и друг*. Мы поневоле предполагаем, что у Бесселя накопленная обида на Гаусса не исчезла при встрече. И действительно, в его письме Шумахеру 30 апреля 1840 г. мы находим следующее утверждение:

Охотно признаюсь, что когда в Кёнигсберге началось моё астрономическое житьё-бытьё, и был твёрдо убеждён, что начну предпринимать что-то значительное, одно-единственное одобрительное слово Гаусса меня сильно поощрило бы. Его отсутствие я счёл более, чем случайной невнимательностью.

Но это случилось много лет назад, и Гаусс стал слишком сильно притязать на всеобщее почитание, так что по сравнению с этим моя претензия исчезла, как это и должно было случиться¹¹.

Мне думается, что это действительно примечательное высказывание (вспомним об отсутствии столь заветно ожидаемого Вольфгангом Бойаи общественного признания *абсолютной геометрии* своего сына Яноша). На самом ли деле у Бесселя не осталось никаких следов разочарования? Имея в виду появившуюся после посещения Гёттингена формальность в письмах Гауссу, это сомнительно. Можно ещё допустить, что Бессель полагал, что Гаусс не оценил по достоинству заслуги его зятя, Эрмана.

[6] Можно сказать ещё несколько слов по поводу утверждения Шумахера о том, что при своём общении с Гауссом он оставался *точно в границах обычной вежливости*. Это следует опровергнуть. В своих письмах Гауссу он всегда выражался

изысканно вежливо, и часто трудно было бы отрицать в них некоторую подобострастность, хотя упрекать его за это вряд ли бы стоило.

Если даже не принимать во внимание обширную переписку Шумахера с самыми значительными математиками, астрономами и натуралистами своего времени, он всё же оставил след в науке как основатель и первый редактор журнала *Astronomische Nachrichten* (AN). В астрономии он сыграл роль, подобную роли Крелле в математике, – основателя и долгое время редактора журнала *Journal für die reine und angewandte Mathematik*. Ввиду недостаточности знаний и компетентности Шумахер смог сделать свой журнал центром научной информации, только поддерживая себя лучшими учёными, в первую очередь Гауссом, Ольберсом и Бесселем. Он сам прекрасно сознавал это, и у нас остаётся приятное впечатление о нём, когда он, к примеру, 19 августа 1842 г. пишет Бесселю: *Если я сделал что-то полезное для науки, то только как посредник.*

Шумахер поэтому всегда старался действовать примирительно; его критический отчёт о плохом приёме у Гаусса в мае 1835 г. был редкостью, и его невольное сообщение Бесселю показывает, как сильно он был раздосадован этим происшествием. Вообще же в своих письмах он старался сохранять или устанавливать мир между людьми, от которых зависел. В письме Бесселю 25 апреля 1840 г. он вполне характерно для себя указывает:

[Вижу] охотно, очень охотно, так сердечно охотно Вас и Гаусса, двух настолько выдающихся по таланту людей, находящихся на дружеской ноге. Гаусс неизменно верит, что Вы его недооцениваете¹², и я знаю, как ценно для него каждое Ваше благоприятное слово о нём.

Когда в 1838 г. Бессель заподозрил Шумахера в том, что тот заодно с Энке что-то против него замышляет, Шумахер буквально ужаснулся и формально обратился к Ольберсу и Гауссу, умоляя о посредничестве. В результате Бессель отказался от объявленного им бойкота AN и послал туда новую рукопись, Шумахер же почувствовал неописуемое облегчение.

Это отступление просто подчёркивает, что совет Шумахера придерживаться с Гауссом только обычной вежливости, который он дал Бесселю, был только теоретическим. Он сам, к своему счастью, его не соблюдал. Но верно, однако, что Гаусс не ценил чрезмерно хвалебных речей. Впрочем, я думаю, что он несправедливо поступил по отношению к Бесселю, сообщив в письме Шумахеру 23 декабря 1848 г., что большое число похвал, находившихся почти во всех письмах Бесселя к нему, отражало его любимое занятие, а именно *охотно говорить людям что-то приятное или то, что они, видимо, охотно выслушают*. И Гаусс очень хорошо знал, сколько следует вычесть из сказанного им.

[7] У нас нет оснований считать, что выражение глубокого уважения Гаусса и изумления его математическим гением было у Бесселя преувеличено или вообще притворно. И в письмах Шумахеру, в которых, как мы видели, Бессель не стеснялся в выражениях, мы находим достаточно свидетельств того, что он

высочайшим образом оценивал и почитал математическую мощь Гаусса, – да иначе и не могло быть.

К примеру, услышав от Поггендорфа, к которому он, вообще-то, был *хорошо расположен*, неверную оценку одной из статей Гаусса о магнетизме, Бессель сообщил об этом Шумахеру 31 августа 1839 г. и добавил, что был настолько раздражён, что *больше всего хотел бы разъяснить каждому*, чего именно добивался Гаусс [в своей статье], хотя этим должен заняться сам Гаусс, если только счёл бы нужным.

9 сентября Шумахер нашёл подобное намерение весьма похвальным:

*Вы же знаете, каков Гаусс. Он наверняка ничего делать не станет. Он ограничивается представлением своей работы и не заботится о её дальнейшей судьбе. Если её неверно поймут, он внутренне усмехнётся и может быть рассердится только если её намеренно исказят. В беседах, если он прав, Гаусс никогда не спорит, но применяет всё искусство диалектики, чтобы защищать утверждённое им неверное положение*¹³.

То, что Бессель критиковал у Гаусса в другой связи, другие современники также ставили ему в вину. Бессель нашёл труд Гаусса [о конформном отображении одной поверхности на другую]¹⁴ *превосходным, достойным удивления*, о чём и сообщил Шумахеру 5 апреля 1835 г., но добавил, что не понимает, почему Гаусс не сослался на Лагранжа (1779). *Разве он не знал о сочинении Лагранжа? Я в это так же мало верю, как в то, что, будучи спрошен, он стал бы отрицать это. Но такова его не похвальная привычка не называть никого.*

Аналогичный упрёк высказал Гумбольдт в письме Шумахеру 2 апреля 1836 г.: *Рядом с проекциями карт появляется как угрожающее привидение дух Лагранжа*. 3 апреля 1835 г. о характерной особенности Гаусса обходиться без ссылок написал Бесселю К. Якоби, самый значимый после Гаусса немецкий математик того времени: *Гаусс заменил пословицу О мёртвых ничего, кроме хорошего другой, Ничего ни о мёртвых, ни о живых*. 21 сентября 1849 г. он написал своему брату Морицу: *Ты знаешь, что он [Гаусс] за 20 лет ни разу не сослался ни на меня, ни на Д [Дирихле]*.

Гаусс сам указал причину своего поведения. 6 июля 1840 г. он разъяснил Шумахеру:

Я неохотно подробно высказываю то, чего другие добились в области, в которой сам работал, если полностью не убеждён, что действительно могу упомянуть это с похвалой.

И также: *Тем не менее, я признаю, что вовсе не исследовал критически [историю теории магнетизма]. В общем можно играючи решить какими именами удастся безусловно подкрепить себя. И если я хочу, чтобы мои сообщения были авторитетными, следует вначале провести литературные исследования, для чего у меня нет ни времени, ни, признаться, склонности.*

К этому можно только добавить, что запрещаемое обычному автору должно быть дозволено гауссам, и что во всяком случае следует считаться с их мнением. Наконец, я хотел бы упомянуть

ещё одно событие, которое существенно для взаимоотношений Гаусса и Бесселя и притом типично для них обоих.

[8] По просьбе Шумахера Гаусс опубликовал статью *Геомагнетизм и магнитометр* (47 с.) в его ежегоднике на 1836 г., хоть и питал отвращение ко всякой популяризации научных результатов. В этом отношении он был совершенным научным аристократом, но преодолел свои сомнения, чтобы сделать приятное Шумахеру. Когда впоследствии Гумбольдт неверно понял различные детали, Гаусс разочарованно сообщил Шумахеру 15 апреля 1836 г., что, несмотря на все усилия, ему, пожалуй, не удалось добиться необходимой ясности.

Бессель, который в противоположность Гауссу охотно составлял общепонятные обзоры о состоянии науки, опубликовал в том же ежегоднике за 1843 г. статью *О геомагнетизме* (W-5, 1867, pp. 315 – 344). И Гаусс решил, как Шумахер сообщил Бесселю 26 января 1843 г., что Бессель совсем не ценит его упомянутую статью:

Я сразу же ответил ему, что из Вашего предыдущего высказывания мне известно противное. Но я хотел бы просить Вас черкнуть мне пару слов, которую я смог бы показать нашему старому другу. Вы, конечно, и сами не желали, чтобы он терзался ошибочными представлениями. Он это заключил из ежегодника за 1843 г. и полагает, что тем самым [что Вашей статьей] Вы будто упрекнули его в том, что он до сих пор не дал знать читателям о новых успехах в науке о магнетизме.

Тем не менее, Вы же упомянули его статью 1836 г. (которую, стало быть, Вы знаете) просто потому, что там обсуждается связь гальванизма с магнетизмом. Но эта тема занимает лишь четверть статьи, а это значит, что на остальные три четверти Вы не обращаете внимания, либо отрицаете их. Он же для них вначале чётко описал учение [о магнетизме], которое запутанно понималось во всех известных ему книгах и запутанно представлялось там, и прояснил, как он посчитал, для неспециалистов важнейший момент, а именно геомагнетизм.

Что Вы скажете про это заключение? Я с болью заметил, куда может забрести столь мощный ум, если он замкнут и одинок и допускает только робкие идеи и нигде не предполагает ни благосклонности, ни дружбы. Я очень далёк от того, чтобы осмеивать это и, напротив, желаю его утешить и передать ему дружеские воззрения. В его письме нет и следа гнева или болезненного кокетства; напротив, замечаешь непризнанную печаль. И мне кажется, что ей ничего нельзя противопоставить, можно только показать ему, что он признан.

6 февраля 1843 г. Бессель ответил очень сдержанно, потому что хотел дать Шумахеру возможность передать своё письмо Гауссу другим и тем самым рассеять сомнения Гаусса. Но в приложении к своему письму Бессель выразился с сильным раздражением:

Я не понимаю, что хочет Гаусс сказать. В его статье 1836 г. нет ни слова о теории геомагнетизма. Его пожелание, видимо, состоит в том, чтобы я либо переписал его статью, либо вместо нескольких слов, в которых разъяснил магнитометр и

определение абсолютной интенсивности, сослался на нее. [...]
Что я уклонился от его изложения ... – но это я более не могу извинить. Мне уже давно было известно, что даже с наилучшими пожеланиями можно ошибиться [?].

Можно привести дальнейшие доказательства наступления и усиления размолвки между Бесселем и Гауссом со временем, которая тем не менее не уменьшила взаимную оценку их научной значимости. Но сказанного уже должно быть довольно, чтобы ответить на вопросы, которые открываются между строк их переписки. Две столь по-разному сложные личности, живущие в отдалении друг от друга, встречающиеся очень редко, да ещё при неблагоприятных обстоятельствах, так за прошедшее время изменились, что *могли бы не узнать друг друга при новой встрече* (Гаусс Шумахеру 19 июня 1842 г.), наверное должны были бы неизбежно отчуждаться друг от друга.

Как и Бессель, Гаусс с возрастом приобрёл склонность, которую ещё молодой Бессель должен был заметить у себя, когда сказал: *я чувствую удовольствие высасывать яд из роз*. Сбылись бы планы приглашения Гаусса и Бесселя в Берлин, их взаимоотношения наверняка сложились бы иначе. Но тем более мирным был заключительный аккорд. Во время длительного и мучительного ракового заболевания Бесселя Гаусс не дал о себе знать, но, узнав о его смерти, написал Шумахеру 25 марта 1846 г., что

потрясён, хоть и был готов к этому событию и должен был желать Бесселю быстрого окончания страданий. Наше общение продолжалось с 1804 г., и из старых друзей остались лишь очень немногие. Так будем же мы, дорогой Шумахер, тем более держаться теснее друг к другу.

И основные воззрения Бесселя сформулировал Шумахер. Для Гаусса же *всё являлось чистой истиной* [?].

[9] В заключение быть может ещё одно замечание не будет излишним. Здесь в выдержках из писем сказано многое, о чём раньше говорили редко, но в них не было умаления кого-либо из двух героев духа. Истина неделима. Но и гауссы, и бессели были людьми; этого не следует слишком подчёркивать, но и заглушать нельзя. Биограф обязан сказать и отличное от того, что было передано с оглядкой на живущих. См. по этому поводу надлежащее высказывание Gerardy (1964, особо с. 6).

Мы хотим и имеем право узнавать, описывать и оценивать особенности и своеобразия, остаточное и преходящее, сказанное иными свидетелями, а не современниками. Подобное изложение подводит Гаусса и Бесселя по-человечески ближе к нам, и мы можем сослаться на собственные слова Гаусса, которые он высказал Шумахеру 30 мая 1846 г.:

Что касается предмета Вашего второго письма [27 мая], то мне не совсем ясно, почему Вы так настроены против публикации переписки Бесселя. Она без сомнения содержит многое, важное для науки. Но потомки будут считать очень ценным наследием и письма, которые описывают не астрономов, а людей. Переписки Ламберта, Кеплера, Эйлера, Commercium

Epistolicum образуют ценнейшие сокровища. При публикации следует опускать только то, что может навредить живым людям, а всё остальное, поскольку оно представляет какой-либо интерес, допустимо¹⁵.

Примечания

1. См. Библиографию.
 2. См. Корн и Корн (1961/1968, с. 200).
 3. Цвет печати имел геральдическое значение, но, разумеется, не для частных лиц. Гаусс, видимо, пользовался чёрным цветом.
 4. *Astronomische Jahrbücher*. Tübingen, 1836 – 1844.
 5. Эту *торопливую* публикацию Гаусс тем не менее (обоснованно) высоко ценил (§ 8).
 6. Вот замеченная Геде (1885, с. 201) выдержка из письма Гаусса Бесселю 15 ноября 1822 г., см. их переписку, с. 410:
Если моё нынешнее положение никогда не изменится, я наверняка, если на то пошло, унесу в могилу большую часть тех своих прежних теоретических работ, которые в той или иной степени несовершенны и притом относятся к категориям, не допускающих совершенства. Потому что нечто несовершенное я не могу и не желаю сообщать.
 7. Последний абзац автор повторил в позднейшей публикации [vi, § 5].
 8. Вот мнение Гаусса (О Ганноверской триангуляции; *Избр. геод. соч.*, т. 2, с. 211) о сплошной триангуляции:
Чем более тригонометрические измерения, выполненные в различных частях Европы, вступают [...] в связь [...], тем больше отдельные составные части приобретают характер ценного общественного достояния [...] и тем важнее сберечь их существенные моменты [...].
 9. Впрочем [iii, § 5], сберечь центры пунктов триангуляции Гаусс не сумел.
 10. Видимо, не Жером, а Иоганн Шрётер (§ 1).
 11. Эту выдержку автор повторил в позднейшей публикации [vi, § 6].
 12. Автор не должен был ничего утаивать, тем более из архивного источника. Он сам заявил в конце статьи, что *мы хотим и имеем право ...* При необходимости он мог бы комментировать *столь резкое сравнение*.
 13. Бессель как-то забыл, что Гаусс устроил ему защиту диссертации в Гёттингене и, вместе с Ольберсом, добился его освобождения от воинской службы (§ 2).
 14. Чуть ниже указано, что Гаусс, по всей видимости, напрасно, не доверял похвалам, содержащимся в письмах Бесселя.
 15. Последнее предложение автор повторил в позднейшей публикации [vi, § 6].
 16. См. Библиографию.
 17. Последнее предложение автор повторил в позднейшей публикации [vi, § 3].
- Commercium Epistolicum* (см. чуть выше): сборник писем, относившихся к приоритетному спору Ньютона и Лейбница. Издан в 1712 г. Королевским обществом.

Краткие сведения об упомянутых лицах

Auwers Georg Friedrich Julius Arthur von, Георг Фридрих Юлиус Артур Ауверс (1838 – 1915), астроном
Bolyai Farkas (Wolfgang), Фаркаш (в Германии Вольфганг) Больяй, Бойаи (1775 – 1856), математик, друг Гаусса
Bolyai Janos, Янош Больяй, Бойаи (1802 – 1860), математик, один из творцов неевклидовой геометрии. Сын Фаркаша.
Erman Georg Adolf, Георг Адольф Эрман (1806 – 1877), физик, геофизик. Редактор переписки Ольберса и Бесселя.
Kraenihoff Cornelis Rudolphus Amandes, Крайенгоф (1843 – 1921), генерал. Физик, инженер, геодезист
Poggendorff Johann Christian, Иоганн Христиан Поггендорф (1796 – 1877), физик. Автор многотомного *Biographisch-Literarisches Handwörterbuch*, справочника биографических сведений и библиографий работ учёных в области математики и естествознания различных стран. Справочник продолжает выходить.

Schröter Johann Heronymus, Шрётер (1745 – 1816), астроном
Schwarz Hermann Amandes, Шварц (1843 – 1921), математик

Библиография

- Корн Г., Корн Т.** (1961 англ.), *Справочник по математике*. М., 1968.
- Шейнин О. Б., Sheynin O.** (1979), Gauß and the theory of errors. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 20, pp. 21 – 72. **S, G**, 47
- (2000), Bessel: some remarks on his work. *Hist. Scientiarum*, vol. 10, pp. 77 – 83.
- (2001), Gauß, Bessel and the adjustment of triangulation. *Ibidem*, vol. 11, pp. 168 – 175.
- (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. Также **S, G**, 11.
- Biermann K.-R.** (1963), Aus der Vorgeschichte der Aufforderung A. von Humboldt von 1836 an den Präsidenten der Royal Society zur Errichtung geomagnetischer Stationen. *Wiss. Z. Humboldt-Univ. zu Berlin*, Math.-Nat. Reihe 12, pp. 209 – 227.
- Briefwechsel Bessel – Schumacher, Bessel – Jacobi.** Nachlaß Bessel. Видимо хранится в Akad. Bibl., Berlin-Brandenburgische Akad. Wiss.
- Briefwechsel Weierstraß – Schwarz.** Nachlaß Schwarz. Там же.
- Briefwechsel C. G. Jacobi – M. H. Jacobi** (1907). Leipzig,
- Briefwechsel Olbers – Bessel** (1852). Leipzig, Bde 1 – 2.
- Bruhns C.** (1869), *J. F. Encke*. Leipzig.
- Gauß C. F., Гаусс К. Ф.** (1825, нем.), Решение в общем виде задачи: Изображение части заданной поверхности на другой заданной поверхности с сохранением подобия в бесконечно малых частях. В книге автора *Избр. геод. соч.*, т. 2. М., 1958, с. 19 – 37. Редактор Г. В. Багратуни.
- (1880), *Briefwechsel mit Bessel. Werke*, Ergänzungsreihe, Bd. 1. Hildesheim, 1975. Письмо Гаусса Бесселю 28 окт. 1843 г.: К. Е. Henrici. Berlin, Auktion-Kat. 120. 1927, No. 93; J. A. Stargardt. Marburg, Auktion-Kat. 558. 1962, No. 579.
- (1899), *Briefwechsel mit Bolyai. Werke*, Ergänzungsreihe, Bd. 2. Hildesheim, 1987.
- (1860 – 1865), *Briefwechsel mit Schumacher. Werke*, Ergänzungsreihe, Bd. 5. Hildesheim, 1975.
- Gaede** (1885), Beiträge zur Kenntnis von Gauss' praktisch-geodätischen Arbeiten. *Z. f. Vermessungswesen*, Bd. 14, pp. 113 – 137, 145 – 157, 161 – 173, 177 – 207, 225 – 245.
- Gerardy Th.** (1964), *Mitt. Gauß-Ges. Göttingen*, No. 1.
- Lagrange J. L.** (1779), Sur la construction des cartes géographiques. *Nouv. Mém. Acad. Roy. Sci. Berlin*, pp. 161 – 210.
- Repsold Joh. Ad.** (1918), H. C. Schumacher. *Astron. Nachr.*, Bd. 208, столбцы 17 – 34.
- (1919), F. W. Bessel. *Astron. Nachr.*, Bd. 210, столбцы 161 – 214.

Прирождённый игрок в творчестве К. Ф. Гаусса

K.-R. Biermann, *Lusus ingenii im Schafen von C. F. Gauss.*
Mitt. Math. Ges. Hamburg, Bd. 12, No. 2, 1991, pp. 329 – 346

Примечательная игра случая, как подчас говаривал Гаусс, что *астрономические обсерватории Гёттингена и Альтоны*¹ *расположены на одном и том же меридиане с уклонением, меньшим ширины дома* [1, с. 5].

И примечательной игрой случая можно назвать то, что я в тот же самый час вдруг и узнал, что Гаусс был членом Гамбургского математического общества [2, с. 8], и получил почётное предложение к трёхсотлетию юбилею этого богатого традициями общества прислать сообщение [выступить с докладом?] на тему своей научной работы. Более 30 лет я специально исследовал творчество Гаусса, и указанное случайное совпадение навело меня на мысль написать о Властелине математиков.

Полностью отвлекаясь от того, что тема *Гаусс* в любом случае привлечёт внимание математиков, интересует ли их история в большей или меньшей степени, замечу, что Властелин поддерживал многосторонние связи с Гамбургом и Альтоной. Прежде всего, следует, пожалуй, упомянуть, что основной астрономический труд Гаусса о теории движения небесных тел был опубликован в 1809 г. в Гамбурге издателем Пертес и Бессер.

Первоначальный повод к изобретению гелиотропа как цели для визирования при геодезических измерениях произошёл для Гаусса в Гамбурге. В октябре 1818 г. он заметил из Люнебурга, что (западное) *окно самой верхней комнаты в башне Michaelisturm, случайно освещённое солнцем, выглядело как сияющий луч света* [3.4/2, с. 47].

В 1821 г. Гаусс всерьёз подумывал занять должность директора новой астрономической обсерватории в Гамбурге [3.4/2, с. 81]. Из этого ничего не вышло; в конечном счёте оказалось, что план строительства гамбургской обсерватории не был принят, а повторное приглашение Гаусса в Берлин не созрело.

Эдмунд Ландау как-то раз определил, что математическим центром немецко-говорящего мира является *треугольник Гёттинген – Берлин – Гамбург* [4, с. 202]. Давая волю воображению, можно поразмыслить о том, как переместился бы центр тяжести этого треугольника при переезде Гаусса в Гамбург. Следует упомянуть и посещения Гауссом Гамбурга и Альтоны и прежде всего его встречи со своими тамошними корреспондентами, главным образом, естественно, с ближайшим из них, астрономом в Альтоне Генрихом Христианом Шумахером, основателем и первым редактором существующего и поныне издания *Astronomische Nachrichten*.

Этот журнал имел значение и для истории математики; можно вспомнить о драматическом состязании Абеля и Якоби в построении теории эллиптических функций, которое частично отражалось на его страницах. Нельзя забыть высоко ценимого Гауссом изготовителя астрономических инструментов Репольда, начальника пожарной команды Гамбурга, который погиб во время большого пожара 1830 г. И я мог бы указать ещё с полдюжины других корреспондентов Гаусса из Гамбурга и Альтоны.

Сказанное в достаточной мере доказывает, что имеются прочные основания сообщить о Гауссе здесь и сегодня. Из просто неисчерпаемой для истории тематики, связанной с Гауссом, я выбрал то, что в первую очередь может возбудить изумление. Именно, я сообщу о двух предрасположениях Гаусса, которые могут выглядеть шутливо: о пристрастии к регистрации числовых данных, и, примерно до 40-летнего возраста, склонности к кодированию получаемых результатов.

Гаусс – человек играющий? Так с удивлением спросят те, для кого его образ был систематически выстроен доверенным ему другом и спутником в Гёттингене. И, как я показал [5, с. 44], над этим образом сознательно потрудились и сам Гаусс.

Представляется поэтому, что к появившейся картине *бронзовой глыбы* [6, с. 45] подобные наклонности совершенно не подходят.

Между тем, сам Гаусс в возрасте 25 лет признался в игре с выдумками. В 1802 г. в письме Францу фон Цаху о так называемом законе Титиуса – Боде средних расстояний планет от Солнца он заявил [7, с. 504; 35, с. 444]:

Вовсе не следует порицать поиск подобных приближенных согласий в природе. Величайшие люди всех времён предавались подобным прирождённым играм.

И уже через 45 лет после этого Гаусс написал своему близкому другу Шумахеру [3.5/5, с. 394]:

В общем, я снисходителен к придуманным играм. [...] Нет, я не отрицаю, что иногда забавляюсь таким же образом, но никогда не публикую ничего подобного. К этим играм относятся мои мысли об обитателях небесных тел.

Но я стану заниматься не выдуманными им играми из области астрономии, а его регистрациями и кодированием как игрой разума для умственной разрядки и отдыха. В числовых таблицах и регистрациях следует различать четыре категории. Во-первых, надо назвать числовой материал наблюдений. Гаусс пользовался им, чтобы индуктивно выявлять арифметические закономерности [8, с. 5]. В качестве примера назову лишь таблицы частоты простых чисел, циклотехники² и перевода простых дробей в десятичные [W-2, с. 435 – 443, 477 – 496, 411 – 434]. Здесь, правда, остаётся загадка: как ещё юный Гаусс мог выявлять *скрытые связи, не применяя определённых теоретических точек зрения* [8, с. 66]? Как он сумел из громадного бассейна своих таблиц время от времени *выуживать теоретико-числовые теоремы* [9, с. 37]?

К тому же, составление и целесообразное расположение вспомогательных таблиц, которые дополнительно позволяли Гауссу быстрее контролировать [9, с. 44] результаты вычислений, было для него вопросом вкуса и эстетического развлечения. В лекции по методу наименьших квадратов он полушутливо заявил, что в вычислении логарифмических таблиц есть *определённая поэзия* [10, с. 444]. Даже скучные геодезические уравнильные вычисления доставляли ему удовлетворение [3.1, с. 412].

После таблиц, представляющих значительный теоретико-числовой интерес, упомянем регистр чисел Гаусса, за составление которого можно поблагодарить его желание открывать новые приложения для математики [11, с. 89]. Уже в 1802 г., в возрасте 25 лет, он проявил надежду занять *отредактированный подсчёт населения, рождений и смертей* в Брауншвейге и для своего развлечения, и *чтобы быть полезным* [3.4/1, с. 106]. Позднее он составил таблицы, которые должны были послужить для установления закономерностей младенческой и стариковской смертности [11, с. 89].

Был бы я Ротшильдом, написал он своему другу Гумбольдту [12, с. 95] 15 апреля 1846 г., *учредил бы миллионный фонд и распределял годовые проценты 400 старейшим жителям большой страны при условии, что их возраст и длительная жизнь исследуются самым подробным образом.*

В том же письме он далее указывал, что точные статистические сведения о смертности младенцев были бы для него *так же (или намного более) интересны, чем определение орбиты новой планеты*. Целый год Гаусс записывал количество тузов у игроков в вист в тех играх, в которых сам принимал участие [10, с. 444], желая проверить совпадение частот с априорно определенными вероятностями. Его сводка гроз [11, с. 89] была вызвана желанием выявлять закономерности в кажущемся беспорядке.

Регистр ежемесячной выручки ганноверских железных дорог [там же] и ежедневное чтение в отечественных и зарубежных газетах о колебаниях курсов ценных бумаг [10, с. 444] основывались на стремлении подвергнуть исчислению конъюнктуру и кризисы. Как успешно он изучал повышения и снижения курсов указывается тем, что, бывший вначале совсем неимущим и скверно оплачиваемым в течение жизни (он получал примерно вшестеро меньше, чем Гумбольдт), Гаусс после смерти оставил в пересчёте около 500 тысяч марок [13, с. 237]. Учитывая тогдашнюю покупательную способность денег, это означает, что по нашим сегодняшним меркам он стал мультимиллионером. Сноровка, с которой он умел приумножать своё состояние, стала в Гёттингене *почти общеизвестной* [10, с. 444]³. Но Гаусс интересовался и другими точными данными [3.5/5, с. 325], как, например, количеством погибших от поражения молнией и частотой разрядов молний на единицу поверхности земли [12, с. 96].

Таблицы третьей категории указывают усилия Гаусса всё основывать на числах [11, с. 89]. Они составлены по имевшейся литературе, и в качестве типичного примера я назову перечень

высот 78 гор в местностях и районах от Чимборасо в Эквадоре до Монблана, от Брокена до Одербруха в Гарце [14, с. 73].

Наконец, четвёртая категория, на которой я останавлиюсь. Это таблицы, цель которых могла состоять в шутилом развлечении. Вот пример, характерный по моему мнению [15, лист 8v]. Вслед за последней записью в знаменитом *Математическом дневнике* Гаусса [16], в который он занёс свои открытия 1796 – 1814 гг., *иногда в сброшюрованном виде, находятся некоторые рукописные страницы математического и нематематического содержания* [W-10/1, с. 572; 34, с. 25]. [...]⁴

Несколько слов о расстояниях в шагах, которые записаны здесь в шутилой форме. Сообщают, что и в свои поздние годы Гаусс составлял регистр *расстояний в шагах от обсерватории* (в Гёттингене) до каждого места, которое он имел обыкновение посещать чаще [11, с. 89]. Во время подсчётов он мог заниматься и другими делами, о чём сообщил Шумахеру 31 декабря 1837 г. [3.5/3, с. 190]. Он прочёл указание французского астронома Лаланда о том, что астроном, занимающийся практической астрономией, должен быть настолько уверен в счёте секунд, чтобы шагать, наблюдать, записывать и даже разговаривать, не теряя счёта и не ошибаясь в нём⁵. Это указание подвело Гаусса к следующему замечанию в том же письме:

Я могу много больше. Могу во время счёта секунд связано думать совсем о других вещах, вести вполне независимый счёт или читать книгу или письмо [...]. Но на последнее, упомянутое Лаландом, я не способен. Я не смею разговаривать, по крайней мере не могу произнести более пары слов не сбившись со счёта.

Таблица 2 также приведена из приложения [15, лист 147] к *Математическому дневнику*⁶. В ней перечислены этапы прогулок с указанием минут и числа шагов. Мы можем представить себе Гаусса, видимо, в октябре 1798 г., на пути из Брауншвейга в Гельмштедт. До Борнума он дошёл за 180 минут, сделав 21 918 шагов, до [...], подсчитывая на пути минуты и шаги и обдумывая, например, своё доказательство теоремы о том, что всякая алгебраическая рациональная целая функция одной переменной может быть разложена на действительные сомножители первой или второй степени, т. е. то доказательство [основной теоремы алгебры], которое он несколько позже привёл в своей гельмштедской диссертации [17].

Скорость ходьбы составила 5,7 км/ч. Вспомнив, что он прошёл 35 км, будем считать это спортивным достижением 21-летнего Гаусса. На листе бумаги, на который он внёс таблицу с числовыми результатами, записаны и всевозможные пробы пера и французские любовные стихи (видимо, Руссо) с их немецким переводом Готтера. Вот окончание перевода: *Как откроешь ты губки, – колотится сердце моё, коснусь ли руки твоей – вознесусь к небесам.*

Так что Гаусс вовсе не замыкался в мире чисел. Это видно и в его письмах [3.2, с. 16, 61 – 62], и в заметках. К примеру, в полевой журнал триангуляции Брауншвейга 1803 г. неоднократно вписано имя его будущей первой жены, Иоганны Остхоф [18, с.

15, 17], с которой Гаусс тогда как раз познакомился, в которую через год влюбился, по которой так сильно скорбел после её смерти, последовавшей всего через пять лет, и которую он так и не забыл.

Вот ещё пример, доставленный прирождённым игроком. Среди приложений к *Математическому дневнику* есть числовая таблица [15, лист 29r], которую я объяснил как указание тысяч [19, с. 8 – 14] с содержащимися в них количествами простых чисел. Записи этой таблицы (Рис. 3) начинаются раньше, чем это вспомнил сам Гаусс почти через 60 лет [W-2.2, с. 444], а именно 15 дек. 1791 г., когда ему не было ещё и 15 лет. Записи закончились 28 ноября 1797 г., после исследования 56 таких тысяч.

Никаких незашифрованных указаний нет, а даты в первом столбце таблицы помечены не обычным образом, а в виде четырёхзначных чисел, которые означают число дней, прошедших со дня рождения Гаусса. В двух местах указаны совпадения. Во второй строке сверху 97.4.15 C [Chiliaden, тысяч], A [Abzählungen, подсчёты] 7291, и в шестой строке снизу 8113; 99 VII 16 D [Doctor]. Вычисления показывают, что 15 апреля 1797 г., когда Гаусс закончил подсчёт по 20 тысячам, был 7291-м днём его жизни, а 16 июля 1799 г., т. е. день защиты диссертации, был 8113-м днём его жизни.

Второй столбец указывает приращение подсчётов на соответствующий день, третий столбец – общее число исследованных тысяч с начала счёта. В следующем столбце многое остаётся загадочным (неясно, например, значение крестиков различных видов, других знаков и слов). В пятом столбце числами указаны дни недели, а в столбцах 8 и 9 – числа месяца и дни подсчёта, что даёт нам возможность дополнительного контроля.

Особую забаву представляет пятый столбец. Дни недели представлены в нём не в обычном для того времени порядке (воскресенье обозначалось числом 1, понедельник – числом 2 и т. д.), а иначе: вторник был нулём, среда – единицей и т. д. Но это ещё не всё. Справа приведены результаты подсчётов, часто приходившиеся на вторник и среду, и можно только гадать, почему вторник Гаусс обозначал нулём. Впрочем, возможно потому, что родился в среду.

Гаусс закончил составление таблицы 28 ноября 1797 г., но и позднее он *очень часто исследовал тысячу чисел* [W-2, с. 445] *в свободную четверть часа*. Вначале он, как я уже сказал, вводил день защиты диссертации, затем ещё одну дату (3 апреля 1801 г.), которая, как о том свидетельствуют некоторые сведения, могла относиться к его статье [20, с. 136 – 140]. В ней он (с. 140) вывел *условие существования предела счётного множества в виде вполне особого случая, исходя из неизменно существующих верхней и нижней границ множества*.

Затем были указаны четыре последующие даты и приведено дополнительное вычисление, которое в основном соответствовало проведенным им в 1824 г. геодезическим измерениям. Мы не знаем, почему он посчитал их заслуживающими внимания. Среди

других сокращений встречается буква Z, которая возможно означает Zeven [Цефен, Нижняя Саксония], место временного пребывания Гаусса, которое он высоко оценивал в отличие от других подобных мест проживания в течение триангуляционных работ с 27 июня 1824 г.

С ранних лет до глубокой старости Гаусс придерживался своей особой привычки указывать даты со времени своего рождения. К примеру, он таким образом обозначил день смерти Эйзенштейна [21, с. 7]. От Вольфганга Сарториуса, барона Вальтерсхаузена, многократно цитируемого гёттингенского профессора, геолога и минералога, крёстного сына Гёте, и если угодно, Эккермана при Гауссе, существенного участника создания статуи *железного* Гаусса [11, с. 78, 95], нам известно, что Гаусс составил *перечень продолжительностей жизни в днях большого числа известных людей и главным образом своих друзей* [11, с. 89]. Насколько мне известно, этот перечень ещё не обнародован, но я [22] опубликовал *подсчёт дней* (Рис. 4), который Гаусс оставил на свободной странице логарифмической таблицы 1811 г. На ней он вычислил число дней жизни Ньютона, чтобы узнать, когда именно Гумбольдт достигнет возраста, до которого дожил тот, а именно 9 декабря 1853 г.

Рядом со своим собственным днём рождения (30 апреля 1777 г. после введения григорианского календаря прошло 64 768 дней)⁷, Гаусс указал и день 50-й годовщины защиты своей диссертации. На основе подобного рода двойных указаний Гаусс следующим образом составил своё поздравительное послание Гумбольдту [12, с. 113 – 114]:

Мы, немцы, охотно празднуем, быть может более других народов, определённые дни, которые имеют некоторое отношение по времени к дорогим для нас лицам (или событиям), подобно дням рождений, юбилеям и пр.

Это и сегодня звучит вполне своевременно. Гаусс продолжал: *Представители количественной науки, которых, в противоположность чёткости и устойчивости, неизменно отталкивает нечёткость и произвол, усматривают небольшой недостаток в том, что выбор именно этого дня, а не какого-то другого, более или менее случаен. [...] В конечном счёте выбор определяется тем, что у нас на каждой руке именно пять пальцев [?].*

Радость Гумбольдта от удивительного поздравления к своим ужасающим 30 766 дням жизни была скромной (кто же станет с удовольствием вспоминать свой преклонный возраст?), но он подметил в письме *нечто свойственное великому человеку* [22, с. 165].

Я сомневаюсь в том, что желание избежать произвола было для 15-тилетнего Гаусса единственным решающим доводом при датировке событий в своей жизни от дня рождения. Я скорее полагаю, что у него уже была склонность к кодированию; говоря вслед за Кронекером [23, с. 42], было стремление стирать каждый след, вставлять усложнения даже в забавы [24, с. 105].

Кроме выявления закона распределения простых чисел молодого Гаусса в первую очередь очаровывала игра с арифметически-геометрическим средним [9, с. 45]. Я уделяю лишь немного внимания его соответствующим записям, поскольку они *намеренно составлялись в загадочной форме* [20, с. 12]. С 1796 по 1816 г. в своём *Математическом дневнике* и в записных книжках Гаусс без пояснений употреблял искусственные слова, как например, GEGAN, WAE GEGAN, GALEN и группы букв, подобные WAE AZ ACLN L. Я [25, 26, 27] попытался правдоподобно сообщить, что все эти буквы различным образом указывали на его крупное открытие связи между лемнискатой, арифметически-геометрическим средним и степенными рядами и вытекающими началами общей теории эллиптических и модулярных функций. В подробности своего истолкования я здесь не вхожу, см. мои публикации [там же].

Моя попытка истолкования была естественно основана на косвенных данных и поэтому неизбежно условна и, следовательно, спорна. Понятно, что были предложены и другие разъяснения [28], которые, впрочем, совпадают с моим исследованием в той мере, в какой они также исходят от связи между указанными искусственными словами и арифметически-геометрическим средним. Им свойственен тот недостаток, что суть высказывания весьма обща, и прежде всего тот, что теряется безусловно выводимая мной внутренняя связь всех зашифрованных слов.

Кроме того, мысль о том, что своим кодированием Гаусс стремился предохранить свою умственную мастерскую от постороннего взгляда, была, как полагаю, подвергнута критике. Было признано, что *в моменты сильного умственного напряжения или чрезмерной радости от открытия у Гаусса не было времени или желания подробно формулировать свои выводы и что в таких случаях он часто прибегал к сокращениям* [28, с. 18].

Этому утверждению я возражу тем, что как раз тщательность, с которой Гаусс записывал свои ключевые слова или комбинации *вычурными заглавными буквами* [29, с. 24] в известной степени указывает на то, что можно было бы заключить по необходимости. Ясно, что опасности постороннему в Брауншвейге понять его записи вообще не было, а в Гёттингене она почти равнялась нулю. Но игра очаровывает именно желанием поступать так, как будто ...

И поэтому я рассматриваю склонность Гаусса к кодированию не как следствие стремления экономить время, а как прирождённую игру. Для столь исключительно умелого и опытного вычислителя как Гаусс датировка по числу дней, прошедших от своего или чьего-то другого рождения кроме того означала повышенную затрату времени⁸. В этой связи следует упомянуть, что в 1812 г. Гаусс отклонился от своего основного принципа публиковать только вполне созревшее [3.5/2, с. 94; 33, с. 40]. Он обнародовал результат, в котором ещё не был вполне уверен и притом в закодированном виде [30]. Таков был

единственный случай, когда он огласил свою склонность к кодированию, указав, что *средние движения Юпитера и Паллады находятся в рациональном отношении* 7:18 [3.1, с. 170].

Моя опубликованная скромная попытка [31] разъяснения отличается от иных [там же, с. 156] тем, что я считаю, что Гаусс шифровал не только суть дела, но и дату открытия, а именно, в данном случае, 3.4.1812. Надеюсь, что моё изложение осветило два обстоятельства. Во-первых, Гауссу нравилось развлекающее и снимающее напряжение занятие с числами, даже не преследующее научных целей, и, во-вторых, вплоть до зрелого возраста он имел слабость к кодированию.

И занятия с числами, и указанная слабость служили для него выражением прирождённого стремления к игре. Кроме того, я хотел показать, что и сегодня есть смысл изучать неопубликованные записи этого, быть может неповторимого гения. Подобное изучение можно существенно облегчить публикацией каталога наследия Гаусса в государственной и университетской библиотеке Гёттингена. Его составление мой друг, Тео Жерарди (1908 – 1986), не смог закончить.

В заключение я хотел бы добавить одно указание. Ввиду экономии дорогой бумаги в результатах вычисления, которые до сих пор считались побочными, на ранее пустых страницах Гаусс помещал четырёх- и пятизначные числа с сокращёнными обозначениями, которые никак не относились к исходным целям работы. Можно признать, что на самом деле они указывают даты жизни и трудов Гаусса или жизни других лиц. Вполне в силе остаются слова Rieger [32, с. 73]:

*Вполне возможно, что ещё не осознанная значимость существенных идей станет плодотворными лишь в будущем*⁹.

Но конечно, как пророчески указал Гаусс в 1832 г., многое окончательно пропало вместе с ним [33, с. 41].

Примечания

1. Альтона, город возле Гамбурга (ныне его часть).
2. Нам достаточно указать, что циклотехника связана с разложением чисел в произведение простых чисел. См. пояснение в том же источнике. О скучных вычислениях (см. чуть ниже) добавлю. Я сам с большим удовольствием уравнивал триангуляцию второго класса в небольшом районе, притом в полевых работах в то время не участвовал.
3. Последние строки автор позднее повторил [vi, § 1].
4. Мы выпустили здесь более страницы текста, который автор повторил позднее чуть подробнее [vi, § 7].
5. До появления хронометров наблюдатели пользовались приёмом глаз – ухо, и я сам применял его на учебной практике в Московском геодезическом институте. Проходящие секунды сопровождаются тиканьем столового хронометра. Наблюдатель замечает на нём минуту и секунду и, продолжая счёт секунд в уме в соответствии с тиканьем, переводит взгляд в окуляр своего инструмента и регистрирует момент прохождения звезды через крест нитей поля зрения. Бессель обнаружил, что каждому наблюдателю присуща своя систематическая ошибка регистрации момента прохождения звезды.
6. Таблицы и репродукции страниц *Математического дневника* из перевода выпущены.
7. На григорианский календарь католическая Европа перешла в 1582 г., фактически же различные страны ввели его позже и притом, разумеется, не одновременно.

8. Повышенная потеря времени была чувствительнее опытному вычислителю. Впрочем, Maennchen (1918b) указал, что Гаусс не проверял себя и поэтому нередко ошибался (видимо, в менее важных случаях).

9. Здесь, возможно, следует ознакомиться с резюме статьи Yang Qing Zhi и др. (1997), которое, впрочем, теперь труднодоступно.

Краткие сведения об упомянутых лицах

Eckermann Johann Peter, Иоганн Петер Эккерман (1792 – 1854), секретарь и друг Гёте

Eisenstein Ferdinand Gotthold Max, Фердинанд Готхольд Макс Эйзенштейн (1823 – 1852), математик

Gotter Friedrich Wilhelm, Фридрих Вильгельм Готтер (1746 – 1797), поэт

Landau Edmund Georg Hermann, Эдмунд Георг Герман Ландау (1877 – 1938), математик

Repsold Adolph, Адольф Репсольд (1806 – 1871), конструктор оптических инструментов

Repsold Johann Adolph, Иоганн Адольф Репсольд (1838 – 1919), конструктор оптических инструментов. Возможно сын упомянутого автором Адольфа Репсольда.

Sartorius Waltershausen Wolfgang von, Вольфганг Сарториус фон Вальтерсхаузен (1809 – 1876), минералог и геолог

Zach Franz Xaver von, Франц Ксафер фон Цах (1754 – 1832), астроном

Библиография

[1] Gauß C. F. (1828), Bestimmung des Breitenunterschiedes zwischen den Sternwarten von Göttingen und Altona. In Gauß (1887, pp. 152 – 189).

[2] Michling H. (1979), Aus der Bücherei des Gymnasiasten J. F. C. Gauß. *Mitt. Gauß-Ges.*, No. 16, pp. 5 – 16. Своим первым именем, Johann, Гаусс не пользовался.

[3] Gauß C. F. (1975 – 1987), *Werke*, *Ergänzungsreihe*, Bde 1 – 5. Hildesheim.

[3.1] *Briefwechsel mit Bessel*, Bd. 1,

[3.2] *Briefwechsel mit Bolyai*, Bd. 2,

[3.3] *Briefwechsel mit Gerling*, Bd. 3,

[3.4] *Briefwechsel mit Olbers*, Bd. 4/1, 4/2,

[3.5] *Briefwechsel mit Schumacher*, Bd. 5/1, 5/2, 5/3.

[4] Biermann K. R. (1988), *Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität 1810 – 1933*. Berlin.

[5] Biermann K. R. (1978), Gauß als Persönlichkeit etc. *Abh. Akad. Wiss. DDR*, No. 3N, pp. 39 – 49.

[6] Küssner Martha (1977), Gauß' Umzug von Braunschweig nach Göttingen etc. *Mitt. Gauß-Ges.*, No. 14, pp. 30 – 47.

[7] Gauß C. F. (1802), Brief an Fr. von Zach 16 Okt. 1802. *Monatl. Corr.*, Bd. 6, p. 504.

[8] Bachmann P. (1922), Über Gauß' zahlentheoretische Arbeiten. *W-10/2*, No. 1.

[9] Maennchen Ph. (1918a), Die Wechselwirkung zwischen Zahlenrechnen und Zahlentheorie bei C. F. Gauss. In *Materialien für eine wiss. Biographie von Gauß* (1918, No. 6). Восемь выпусков этих *Материалов* (1911 – 1920) подготовили Ф. Клейн, М. Брендель и Л. Шлезингер.

[10] Cantor M. (1878), C. F. Gauß. *Allg. Deutsche Biogr.*, Bd. 8, pp. 430 – 445.

[11] Sartorius von Waltershausen W. (1856), *Gauß zum Gedächtnis*. Wiesbaden, 1965.

[12] Biermann K. R., редактор (1977a), *Briefwechsel zwischen Humboldt und Gauß*. Berlin.

[13] Dunnington G. W. (1955), *C. F. Gauss, Titan of Science*. New York. [Math. Assoc. America, 2004.]

- [14] **Reich Karin** (1977), *C. F. Gauß 1777/1777*. München.
- [15] Staats- u. Univ. Bibl. Göttingen, Gauß Math. 48 Cim.
- [16] **Gauß C. F.** (1976), *Gauß' mathematisches Tagebuch*. Leipzig. *Ostwald Klassiker*, No. 256. Leipzig, 1985.
- [17] **Gauß C. F.** (1799), *Demonstratio nova theorematis omnem functionem algebraicam rationalem integram unius variabilis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse*. W-3, c. 1 – 30.
- [18] **Gerardy T.** (1977), Die Anfänge von Gauss' geodetischer Tätigkeit. *Z. Vermessungswesen*, Bd. 102, No. 1, pp. 1 – 20.
- [19] **Biermann K. R.** (1977b), Aus unveröffentlichten Aufzeichnungen des jungen Gauß. *Wiss. Z. Techn. Hochschule Ilmenau*, Bd. 23, No. 4, pp. 7 – 24.
- [20] **Schlesinger L.** (1912b), Über Gauß' Arbeiten zur Funktionentheorie. In *Materialen*, No. 3.
- [21] **Galle A.** (1917), Gauss als Zahlenrechner. In *Materialen* 1919, No. 4.
- [22] **Biermann K. R.** (1974), Humboldt zu Newton in Beziehung gesetzt durch Gauß. *Mitt. math. Ges. DDR*, No. 1 – 2, pp. 162 – 167. Написано на основе Staats- u. Univ. Bibl. Göttingen 8° Cod. Ms. philos. 34, p. 4.
- [23] **Kronecker L.** (1901), *Vorlesungen über Mathematik*, Tl. 2/1. Leipzig.
- [24] **Maennchen Ph.** (1934), Zur Lösung eines rätselhaften Gaußschen Annagramms. *Unterrichtsbibl. Math. u. Naturwiss.*, Bd. 40, pp. 104 – 106.
- [25] **Biermann K. R.** (1963), Zwei ungeklärte Schlüsselwörter von C. F. Gauß. *Monatsber. Deutsch. Akad. Wiss.*, Bd. 5, pp. 241 – 244.
- [26] **Biermann K. R.** (1969), Versuch der Deutung einer Gaußschen Chiffre. *Ibidem*, Bd. 11, pp. 526 – 530.
- [27] **Biermann K. R.** (1976), Schlüsselwörter bei Gauß. *Arch. Intern. Hist. Sci.*, t. 26, No. 99, pp. 264 – 267.
- [28] **Schumann** (1976), Vicimus GEGAN, Interpretationsvarianten zu einer Tagebuchnotiz von C. F. Gauß. In *Intern. Z. Geschichte Ethik, Naturwiss., Techn. Med. (NTM)*, Bd. 13, p. 17 – 20.
- [29] **Schlesinger L.** (1912a), C. F. Gauß. Fragmente zur Theorie des arithmetisch-geometrischen Mittels etc. In *Materialen* (1912, No. 2).
- [30] **Gauß C. F.** (1812), Über Störungen der Pallas. *Gött. gel. Anz.*, pp. 657 – 660.
- [31] **Biermann K. R.** (1971), Zum Gaußschen Kryptogramm von 1812. *Monatsber. Deutsch. Akad. Wiss.*, Bd. 13, pp. 152 – 157.
- [32] **Rieger G. J.** (1957), Die Zahlentheorie bei C. F. Gauss. In *C. F. Gauß. Gedenkband zum 100. Todestag*. Leipzig, pp. 37 – 77.
- [33] **Schering E.** (1887), *Gauß und die Erforschung des Erdmagnetismus*. Göttingen.
- [34] **Biermann K. R.** (1986), Wissenschaftliche Beziehungen von Gauß. *Sitzungsber. Österr. Akad. Wiss.*, Abt. II, Bd. 195, No. 1 – 3, pp. 25 – 40.
- [35] **Humboldt A. von** (1850), *Kosmos*, Bd. 3. Stuttgart. *Космос*. М., 1866 – 1871, третье издание.
- Gauß C. F.** (1887), *Abhandlungen zur Methode der kleinsten Quadrate*. Vaduz, 1998. Редакторы, A. Börsch, P. Simon.
- Maennchen Ph.** (1918b), Gauß als Zahlenrechner. *W-10/2*, No. 6.
- Yang Qing Zhi et al** (1997, in Chinese, Engl. summary), Analysis of the reasons why many of Gauß' mathematical ideas were never published. *Math. Rev.* 1998j.

Изменение нашего представления о Гауссе

К.-Р. Biermann, Wandlungen unseres Gaußbildes.
Mitt. Gauß-Ges. Göttingen, No. 28, 1991, pp. 3 – 13

[1] Я постараюсь сказать что-то о том, как в течение последних трёх с половиной десятилетий лет, на основе найденных новых источников и более глубокого истолкования имеющейся литературы, изменялось наше представление о Гауссе как о человеке и как оно изменяется сейчас.

Никак не изменилась наша высокая оценка *научного величия* Гаусса, и сказанное здесь, в Гёттингене, Рихардом Курантом в 1955 г. к столетию со дня смерти Гаусса, вполне можно повторить и сегодня:

Прошло сто лет после смерти Гаусса, но его научная величина остаётся такой же загадочной и непостижимой, какой она должна была быть для его современников. Провидческая, интуитивная оригинальность, глубина и разносторонность его достижений совместно с неслыханным проявлением силы и выносливости как в его чисто теоретических трудах, так и в прикладных областях. Всё это единственно в своём роде.

Думается, что и по сути, и по форме труды Гаусса-математика несколько более удалены от сегодняшнего дня ввиду стремительного развития математики и её приложений, которого он не представлял и не мог себе представить. Это, однако, ни в малейшей степени не умаляет нашего восхищения, которое выразил Курант. Но как обстоит дело с интересующим нас сейчас образом Гаусса как *человека*? В 1955 г. он был ещё непонятен, не мог быть измерен человеческой меркой. В течение столетия возникла мраморная статуя героя, излучающая взвешенное спокойствие и требующая уважения, лишённая всякой человеческой теплоты.

Создатели этой холодной статуи принадлежали к местному гёттингенскому кругу последних двух десятилетий жизни Гаусса: физики Вильгельм Вебер и Иоганн Бенедикт Листинг, биолог Рудольф Вагнер, врач Вильгельм Баум, востоковед Генрих Эвальд, – зять Гаусса, – его младшая дочь Тереза, которая вела его хозяйство, но главным образом крёстный сын Гёте, минералог и геолог барон Вольфганг Сарториус фон Вальтерсхаузен.

Значимость Сарториуса в окружении Гаусса можно сравнить с ролью Эккермана в жизни Гёте. Он заботливо записывал существенные высказывания [Гаусса] и заглаживал или отбрасывал то, что казалось неподходящим безупречной мраморной глыбе. Таким образом он и создал основной источник, на котором с тех пор основывались и несомненно будут ещё основываться биографии Гаусса.

Захоти кто-то из указанного круга, исходя из особого личного интереса, придать гласности человеческие черты Гаусса, тотчас возник бы сильнейший протест, и никакой публикации не появилось бы. Нельзя утверждать, что Сарториус лгал, но он не сообщил всей правды. Пропуская всё, противоречащее величайшему уважению Гаусса, которое испытывало и его окружение, и сам Сарториус, он приукрасил образ своего героя. Пусть несколько примеров прояснят картину. Столкновение Гаусса с его коллегой и прежним другом Хардингом, который открыл малую планету Юнону, было хорошо известно современникам, но Сарториус не обмолвился о нём ни единым словом. За два года до Гаусса Хардинг был назначен экстраординарным профессором и инспектором астрономической обсерватории и 27 лет работал там вместе с Гауссом. Усилившаяся с годами размолвка, коренных причин которой мы до сих пор точно не знаем, привела Гаусса к мысли покинуть Гёттинген.

И о временно грозившем отказе от состоявшейся помолвки Гаусса с его будущей второй женой, и об отчуждении между Гауссом и Бесселем Сарториус также умолчал. Учреждение так называемого Магнитного союза Гёттингена он представил как результат совместного *подбадривания* Гауссом и Александром фон Гумбольдтом. Он не проронил ни слова о том, что на самом деле настроение Гумбольдта вначале сильно испортилось, когда он понял, что Гаусс за короткое время теоретически и практически освоил то, что привык считать своей специальной областью. Кроме того, Гаусс должен был заметить недостаточную осведомлённость в первоначальном мнении Гумбольдта о новом оборудовании для наблюдения явлений земного магнетизма.

Сарториус не сообщил ничего ни о резком столкновении Гаусса со своим старшим сыном от второго брака, ни о его серьёзных заботах о будущем своего второго сына от того же брака, ни о последующем беспокойстве и опасениях, которые надолго отравили его жизнь. Сарториус уверял, что вера Гаусса была непоколебима, однако его беседы с Вагнером указывают, что Гаусс завидовал тем, *кто мог верить всем сердцем* и добавлял: *Но скажите мне, как начать?* Сарториус даже выдал Гауссу свидетельство о том, что тот *бесспорно мог бы стать превосходным министром финансов*, но не сообщил, на чём было основано это утверждение.

Вначале совершенно неимущий и скверно оплачиваемый Гаусс (для сравнения: его оклад был вшестеро меньше, чем у Гумбольдта) покупкой и продажей ценных бумаг нажил состояние, равное в пересчёте 500 тысячам марок. Учитывая тогдашнюю покупательную способность денег, можно сказать, что на нашу мерку Гаусс к концу жизни стал миллионером. Его сноровка, проявляемая при умножении своего состояния, была в Гёттингене почти поговоркой. Об этом нам известно от историка математики Морица Кантора, который в зимнем семестре 1850/1851 г. вместе с Дедекиндом слушал лекции Гаусса.

Для Сарториуса подобные сообщения были слишком пошлыми. Он заявил, что Гаусс был противником всякого *скряжничества* и, разумеется, опустил случай, который в 1977 г. обнаружил мой покойный друг, доктор Тео Жерарди, почётный член гауссова общества. Вплоть до возражения, выраженного при проверке счетов, Гаусс уплачивал регулярные взносы в связи с градусными и геодезическими измерениями¹ в обычных малоценных монетах, получал же деньги в золоте. С 1825 по 1827 гг. это принесло ему 230 талеров.

[2] Отбрасывая всё то, что Гаусс, как человек со своими противоречиями, сомневающийся и ищущий, не свободный от настроений, страждущий и борющийся как свойственно людям, Сарториус сотворил памятник железному Гауссу. Он, этот памятник, в значительной степени определил суждение последующих поколений. Следует также принять во внимание, что в позднее гёттингенское время Гаусс вовсе не был рядовым членом круга своих знакомых. *Мои друзья и знакомые подтвердят*, как говорил Вагнер, *что мы никогда не относились к нашему великому математику как к коллеге, мы неизменно считали его человеком, одарённым совершенно необычными духовными силами. Перед ним всегда благоговейно отходили в сторону на несколько шагов.*

Меня не поймут неправильно, продолжал Вагнер, если скажу, что в нашей республике учёных он был примерно тем же, кем лев в басенном зверином царстве. И вот Сарториус: мы никогда не встречали человека с более впечатляющей внешностью. Мы все выглядели одинаково, он же был меж нами как неземное существо, как жрец на посту при троне божества.

Этот образ наверняка несколько приукрашен, но когда в 1976 г. конечно же сильно впечатляющего Гаусса изображают как стареющего, низенького и полноватого мужчину, как очень немецкого профессора со многими предрассудками, – когда в 1954 г. утверждали, что условия жизни Гаусса были жалкими, и что лишь в глубокой старости он избавился от *гнетущей заботы о деньгах*, то это было просто заблуждениями. Я не стану вдаваться в них, потому что практически они не повлияли на наш образ Гаусса.

Но следует заметить, что не только гёттингенский круг знакомых предоставлял Гауссу совершенно особое место. Ведь вероятно очень немногие крупные учёные в истории наук признавались современными им коллегам по профессии. Ольберс заверял, что, выберись Гаусс в Париж, его ожидал бы приём, которого ещё не достаивался ни один учёный². Линденау услышал в канцелярии Наполеона, что в качестве преемника Лагранжа называли лишь Гаусса. Сам Лагранж заявил, что молодой Гаусс *одним рывком вторгся в ранг первых математиков*. Лаплас говорил о *неземном духе в человеческом теле*, а Бессель воскликнул *Какой день наступает [...]*.

В письмах его учёных друзей мы находим полно восхищений *несравненным гением с его до сего времени не достигнутым совершенством и математическим гигантом*. Уверялось, что он

представлялся высшим существом, его называли колоссальным гением и наставником всех товарищей по специальности. Уже в 1804 г. Гумбольдт заверял, что только один человек, а именно Гаусс, сможет придать новый *глянец* Берлинской академии [взято у Dunnington (1955, с. 348)]. Нельзя приписать влиянию компетентного советника надпись на памятной гауссовой медали *Предводитель, Властелин математиков*, разрешённую королём Ганновера. Это просто соответствовало всеобщему убеждению.

Как можно поэтому обижаться на людей, которым превосходство почитаемого человека препятствует уменьшению расстояния до него, которые стремятся убрать из изображения своего героя всё то, что по *их* мерке может его затемнить? Но нельзя упустить из вида, что очки, через которые видит Гаусса, порождены не только Сарториусом и его кругом. Над изготовлением этого зрительного прибора сознательно или нет мощно потрудились и сам Гаусс. Я докажу это на примерах.

[3] Во второй части биографии Гаусса, написанной Сарториусом, приводятся многочисленные устные высказывания, в точности повторенные в письмах Гаусса. Вот что указал Сарториус: *Хоть Гаусс более, чем кто-либо другой из ныне живущих людей доверялся исчислению, он был сильно настроен против механического обращения с ним и старался по возможности ограничить его применение. Он часто говорил нам, что не принимается за перо до тех пор, пока полностью не решит поставленной задачи в уме. Исчисление представляется ему лишь вспомогательным средством, которым он пользуется при [окончательном] выполнении работы.*

Ольберсу Гаусс написал об этом 31 дек. 1831 г.:

У геометров первого ранга исчисление неизменно является лишь одеждой, в которой они показывают то, что вывели без его содействия, размышляя о сути дела. А в письме Шумахеру он написал: Я требую, чтобы при каждом применении исчисления, при всех обращениях к понятиям, исполнитель неизменно помнил об исходных условиях и чтобы за пределами чёткой обоснованности никакие результаты исчисления никогда не считались его собственностью.

Другим примером послужат, с одной стороны, высказывания Сарториусу об *антиевклидовой* геометрии, и в письмах Герлингу и Бесселю, с другой. Существенно также почти полное совпадение сообщения Сарториуса об интересе Гаусса к младенческой и стариковской статистике смертности с текстом одного из его писем Гумбольдту на ту же тему. В высшей степени неправдоподобно, что Сарториус знал об этом письме (которое было опубликовано лишь в 1965 г.), а конспектов Гаусс не составлял. Объяснить это поразительное совпадение можно только тем, что в своих беседах Гаусс действительно высказывал те же мысли, как и в письме, и что Сарториус очень добросовестно записывал их.

Можно привести и дальнейшие доводы в пользу подобного объяснения. Таково совпадение обоснования интереса Гаусса к русскому языку в письмах Шумахеру 17 авг. 1838 г. и Сарториусу.

Или утверждение Сарториуса: *Благородный характер Гаусса прежде всего указывается жаждой истины в сочетании со священным порывом к справедливости*, и, с другой стороны, письменным высказыванием Гаусса Штейнхейлю 16 марта 1836 г.: *Моя теория разумеется дорога мне, но бесконечно дороже истина*.

[4] Нередко поражающие соответствия, перечисление которых можно было бы продолжить, оставляют только одно возможное объяснение: некоторые основные принципы и соображения, которые особенно им овладевали, Гаусс повторял и устно, и письменно, чтобы обеспечить их распространение. Я уже давно был убеждён, что Гаусс писал и говорил для потомства, сосем как, например, Гёте и Вильгельм Гумбольдт. И понятно, что для Гаусса эти повторения служили *публикациями*.

Про свою *Теорию движения* он написал издателю Пертесу³ с обоснованным чувством собственного достоинства, что её *будут изучать ещё через столетия*, а про *Арифметические исследования* 1801 г. не без гордости сказал Сарториусу что эта книга *принадлежит истории*. И при составлении своих писем он также имел в виду не только адресатов, но и будущих читателей и поэтому в подавляющем большинстве случаев контролировал сам себя. Это мы можем заключить по его письму своему задушевному другу Шумахеру. В своих письмах они обсуждали задуманное издание переписки Гаусса с Бесселем, которое состоялось лишь через 35 лет. 30 мая 1846 г. Гаусс заявил, что

При публикации следует опускать только то, что может навредить живым людям, а всё остальное, поскольку оно представляет какой-либо интерес, допустимо.

Он, однако, хотел исключить из публикуемого *одно* письмо Бесселя. Оно как раз не подходило к образу, который Гаусс хотел о себе набросать и поддерживать. В этом письме речь шла о том, разумно ли Гаусс поступал, публикуя лишь полностью законченное, и не мог ли он более существенно способствовать развитию математики менее высокими требованиями к подготовке своих рукописей и публикацией идей, даже и не достигших полной зрелости, и тем самым стимулировать современников и содействовать им.

Высказывание Бесселя в высшей степени раздосадовало Гаусса, и он хотел исключить всё письмо из намечаемой публикации. Именно на основании этого примера можно показать, как сам Гаусс заботился о *пропагандировании*, я бы сказал, своей точки зрения. Я также думаю о письмах, которые он послал Шумахеру и своему бывшему студенту Энке. В них он не только им, но и последующим читателям старался убедительно разъяснить, почему он ненавидел все торопливые труды и стремился публиковать лишь созревшее и почему был готов выдавать не строительные камни, а только полностью выстроенные сооружения. Хоть это и незаметно, их строительство требует *много* времени, и Гаусс примирился с задержками, к которым приводил подобный вид работ, и с опасностью того, что кто-то

его опередит или того, что многое может пропасть вместе с его смертью.

Его девиз был уж таков: совместно объединять приобретенные результаты и выводить что-то по существу совершенное, или вообще ничего не публиковать⁴. Гаусс очень рано стал придавать большое значение разъяснению этой точки зрения, что усматривается из его беседы с Энке в сентябре 1814 г. по пути в Зееберг возле Готы, которую тот вспомнил более, чем через 20 лет:

Вы тогда разъяснили свой метод работы и не согласились с методом работы Эйлера, т. е. с публикацией результатов своих размышлений в той форме, в которой они возможно впервые представлялись, с оговоркой, что позднее будете часто и повторно возвращаться к ним. Вы же неизменно добивались совершенства и удовлетворения в глубине души и по сути, и по форме дела.

Можно поэтому понять, насколько возмутил его риторический вопрос Бесселя в письме 28 июня 1839 г.:

Смог бы Эйлер столь многого добиться, если не громадное множество своих идей, а лишь десятую их часть опубликовал бы вполне безупречно?

Нет смысла подчёркивать, что у Сарториуса мы находим точное соответствие письменному высказыванию Гаусса о своём стремлении к совершенству.

[5] Я подвожу итог. Гаусс знал, что Сарториус, не будучи математиком, запишет принципиальную суть его высказываний и был также убеждён, что его письма будут когда-нибудь отредактированы. Поэтому он заботился, чтобы прямо-таки обычным ударением в разговоре и настоящим подчёркиванием в письмах сохранить те принципы, которые казались ему несомненно достойными этого. Так он сам способствовал приданию формы той статuae, которая представлялась восторженным последующим поколениям в течение примерно ста лет после его смерти, – той, которая олицетворяла не человека, а идеализированного героя сверхчеловеческих размеров, *загадочного и непостижимого*.

После этого проявилось чёткое изменение начального образа Гаусса. О *железном* Гауссе, о *бронзовой глыбе* не может быть и речи. Он скорее выглядит весьма впечатлительным, подверженным настроению, сомневающимся, ищущим, нередко страждущим, временами, однако (о чём Сарториус не умалчивает), радостным. Да, конечно, и раньше были документы, содержание которых не вполне укладывалось в рамки, очерченные Сарториусом, притом написанные одними из самых близких друзей Гаусса. Я, к примеру, вспоминаю письменное высказывание Ольберса по поводу ограничения публикаций. Гаусс высоко ценил его и как астронома, и как человека; со своей стороны, Ольберс проявлял свою высокую оценку Гаусса не только словами, но и многочисленными поступками. И вот Ольберс пишет Бесселю 25 янв. 1825 г.:

Мне представляется, что Гаусс неизменно хочет срывать только самые спелые фрукты, к которым его приводит обнаруженный и проторенный им путь, до того, как показывать их другим. Я полагаю, что это небольшая слабость великого в остальном человека, притом постольку меньше требующая разъяснения, поскольку он, при своём неизмеримом богатстве идеями, так много подарил нам.

Но подобная и случайно появлявшаяся дальнейшая и в основном мягкая критика или другие свидетельства, как, к примеру, его потрясающий плач по своей первой жене, и отдельные ставшие известными письма сыновьям от второго брака, просто не принимались во внимание, потому что не подходили к составленному Сарториусом образу. И всё же подобные факты суммировались и примерно к 1955 г. наметилось изменение образа. В таких случаях всегда сомнительно принимать точную дату, но я полагаю, что началом перемены, которая не закончилась и сегодня, можно примерно считать 1955 год, когда появилось два издания биографии Гаусса. В ней, впервые при *описании жизни Гаусса*, было сказано о его депрессии⁵ и воспроизведена найденная среди его математических заметок запись *Смерть мне милей такой жизни*.

Это высказывание оказалось раскатом грома⁵. Подобный оборот дела никак нельзя было совместить с общепринятым образом непоколебимого Гаусса. Раскат затих, но был услышан. В докладе невозможно подробно отразить новые черты образа Гаусса, открывшиеся с тех пор, и я поэтому ограничусь несколькими основными моментами.

[6] Публикация дополнений к ранее отредактированной переписке Гаусса с Герлингом и Шумахером позволила упомянутому Тео Жерарди полностью осветить главу в жизни Гаусса, которая до того времени в основном оставалась в темноте, а именно его нарушенные отношения с обоими сыновьями от второго брака. Я уже сказал, что некоторые ранее опубликованные документы позволили сделать определённые выводы, которые тем не менее не были использованы. Жерарди, однако, показал, как беспомощному и растерянному Гауссу пришлось обращаться к иногородним друзьям, чтобы улаживать семейные проблемы, и прежде всего к своему бывшему ученику, физику Герлингу в Марбурге. Его трезвым, разумным советом Гаусс хотел ослабить панику, ограничить значимость проблемы существенным жизненным опытом Герлинга и отыскать путь к её решению.

Этот путь и был избран, и оба сына в Америке смогли проявить себя и показать, что они вовсе не *потеряны*, как Гаусс по меньшей мере вначале воспринял от старшего сына Евгения, бесспорно самого одарённого из его сыновей и единственного, унаследовавшего от отца зрительное восприятие чисел. С полным правом Жерарди сформулировал итог:

Отношения между Гауссом со своими сыновьями указывают на несколько иной, не героический образ, известный нам по его биографиям. Он лишь внешне непоколебим и недоступен, в

действительности же легко раним и тогда уже беспомощен. За исключением быстрых и ясных решений ему приходится в подобных случаях, которые по существу касаются лишь родителей, советоваться со своими друзьями. Использовать своё положение, чтобы сгладить дорогу сыновьям, он не был способен, ведь ходатайствовать было ему противно.

Он относился к сыновьям справедливо и заботливо, но любил ли он их как своих дочерей? В этом можно с полным правом усомниться. Эти заботы, фанатичное стремление к правде и уважение посторонних из общественного окружения могли лишить его сочувствия к человечески простительным слабостям несдержанного, но по существу достойного и близкого сына [от второго брака], Евгения.

Дальнейшим существенным источником изменения нашего понимания Гаусса оказалась находка относящейся к нему переписки его близких друзей. О ней я сообщал в 1966 г. Эти письма открыли путь к одной из ранее почти неизвестных сторон его сущности, а именно к его зависимости от настроения. В своих письмах он часто подчёркивал, что для научной работы ему требуется хорошее настроение и уравновешенное состояние. Но что он в своём поведении по отношению к другим лицам и в своих суждениях также намного зависел от душевного состояния, которое в свою очередь определялось внешними обстоятельствами, оставалось без внимания. Не учитывали, что он при случае заявлял:

Мы господа своих поступков, но не воздействий, которые оказывают на нашу душу жизненные условия.

На его настроение неблагоприятно действовали семейные разлады и болезни, необходимость принимать решения о своём будущем, неожиданные события, давление наступающих сроков, чтение лекций бездарным слушателям, жаркая и душная погода. Нельзя более сомневаться в том, что на него влияли все эти обстоятельства, что он вовсе не был тем героем, не зависящим от будничных забот, который нарисовал Сарториус. Шумахер, быть может самый близкий из его корреспондентов, очень хорошо знал, что ладить с Гауссом без порчи настроения мог только тот, кто знал, как обходиться с ним, а именно *в точности оставаясь в рамках обычной вежливости*. Шумахер понял, что Гаусс был *a queer sort of a fellow* [своего рода чудаком] и *эгоистом* несколько более, чем допустимо для приятного общения, но притом исключительно честным и неспособным ни на какие низменные хитрости и увёртки.

Гаусс мог даже, *хоть и не часто*, быть самой любезностью.

В беседах, если он был прав, Гаусс никогда не спорил, но применял всё искусство диалектики, чтобы защищать утверждённое им неверное положение.

Подчеркну ещё раз: эта оценка исходит не от кого-то, отвергнутого Гауссом, а именно от Шумахера, который его глубоко уважал и с которым он был так близок, как вряд ли с кем-либо иным из его современников. К тому же Бессель собственным опытом подтвердил сообщённое ему мнение

Шумахера. И публикация в 1975 г. последней беседы Гаусса с Рудольфом Вагнером оказалась шагом на пути к новому образу Гаусса. Она, эта беседа, показывает под деланным для внешнего мира спокойствием и стойкостью мягкого человека, который должен был стараться сохранять самообладание.

Если соответственно исправить образ Гаусса, многое, представлявшееся загадочным, станет ясным. Например, противоречие между потрясающим стенанием о потере своей первой жены и заключением нового брака всего лишь через 10 месяцев; отличие унылого настроения после смерти второй жены и после разочарования Евгением от образа весёлого и чуть ли не резвого Гаусса, вскоре представленного сестрой Вильгельма Вебера.

Станет обоснованным мнение Гумбольдта: *Для свободного, подвижного характера, подобного сути [Евгения], совместная жизнь с Гауссом была не столь лёгкой, как хотелось бы.* Разрешится противоречие в мнении Гумбольдта о Гауссе, который, с одной стороны, *нетерпимо раздражительный научный деспот*, и с другой стороны, *человек с мягким, сердечным и тёплым характером.* Или противоречие между чувством справедливости и тем, как К. Якоби (письмо Бесселю 8 апреля 1835 г.) однажды преувеличенно заметил, что Гаусс не имел привычки ссылаться ни на живых, ни на умерших.

[7] Позвольте мне назвать ещё два обычая Гаусса, на которые в последние десятилетия был пролит новый свет. Я имею в виду его склонность к кодированию и своих выводов, и каких-то второстепенных фактов, и его пристрастие к регистрации численных результатов, даже и не относящихся к науке. Иногда эти наклонности проявлялись совместно. Опасность того, что кто-то посторонний в Брауншвейге смог бы ознакомиться с собранными теоретико-числовыми данными молодого Гаусса, практически не существовала, и совсем несущественной была значимость числа пройденных шагов от Брауншвейга до Гельмштедта (Гаусс по случаю насчитал 45 053 своих шагов).

Причиной обеих странностей можно поэтому считать лишь удовольствие от игры: Гаусс был *homo ludens*, человеком играющим. Забава игры с числами даже бесполезными была радостна ему. Ему доставляло удовольствие *поступать так, будто* кто-то охотился за его новейшими открытиями и будто он должен ему воспрепятствовать кодированием. В возрасте 25 лет сам Гаусс в письме астроному Францу фон Цаху признал себя *Lusus ingenii* (врождённым игроком), а через 45 лет написал своему близкому другу Шумахеру:

В общем, я снисходителен к придуманным играм. [...] Нет, я не отрицаю, что иногда сам забавляюсь таким образом, но я никогда не публикую ничего подобного.

Когда Гаусс записал количество тысяч чисел, в которых по случаю подсчитал, сколько в них оказалось простых чисел, и закодировал не только полученный результат, но и календарные даты своих подсчётов, то это было забавной игрой. А если он вдобавок составлял статистику дней недели своих вычислений и

закодировал эти дни числами 0, 1, ..., 5, 6, то и это было только игрой. Среду он обозначил числом 1 видимо потому, что родился в среду.

Позвольте мне добавить несколько слов о том, как мне удалось расшифровать код этих дат. Было известно, что Гаусс поздравил Гумбольдта, когда тот прожил 30 766 дней и достиг возраста, в котором Ньютон закончил своё *земное поприще*. Я начал изучать числа у Гаусса, потому что они, стало быть, *могли* означать даты. Если они представляют собой загадку, то не скрываются ли за ними какие-то даты?

Скоро мне посчастливилось. Я столкнулся с числом 7291 и установил, что 16.7.1799 г., день защиты Гауссом диссертации, был 7291-м со дня его рождения. Всякое оставшееся сомнение в этом истолковании чисел тем самым было устранено: Гаусс указал 7291 как день 99-VII-16 и присоединил букву D (доктор).

Вскоре доктор Жерарди прислал мне репродукцию рукописной таблицы, которую Гаусс в 1811 г. вставил в таблицу логарифмов с надписью *Счёт дней*. Это указание, которому противопоставлены некоторые незакодированные даты, как, например, в этом примере, 1777, 30 апреля (день рождения Гаусса), $64\,768 = 4$ среда⁶ (здесь, таким образом, среда не обозначалась единицей; в подобных подсчётах Гаусс иногда не был последовательным).

Это оказалось своего рода двуязычным соответствием, Розеттским камнем [с древнеегипетским и древнегреческим текстами]. Таблица указывала, сколько дней прошло со дня рождения Ньютона до некоторой даты. Я уверен, что многие числа в рукописном наследии Гаусса, которые никак нельзя ввести в его общий математический текст, являются на самом деле датами. Он дополнительно вставлял их в текст, бережливо тратя сравнительно дорогую писчую бумагу. Но, конечно же, нелегко установить, почему Гаусс указывал ту или иную дату, притом придётся прежде всего выяснять, какой день недели был обозначен нулём.

Расшифровку гауссовых *комбинаций букв* я не могу описать ввиду недостатка времени и ограничусь указанием на свои соответствующие публикации, в которых подробно рассмотрена радость Гаусса от шифрования. Но я хотел бы привести один характерный пример забавлявшей его игры с таблицей числовых результатов. [Приведена репродукция страницы из *Математического дневника* Гаусса из отдела рукописей Нижнесаксонской Государственной и университетской библиотеки в Гёттингене, Cod. Ms. Gauß Math. 48 Cim.]

Думаю, что эта страничка подойдёт, чтобы наглядно описать удовольствие Гаусса от забавных игр. Имеются основания полагать, что в основном она была написана в 1799 г., и притом до осени того года. Но она содержит и дополнительные вставки, которые возвращают нас вплоть до 1784 г., равно как и последующие добавления, доходящие до 1808 г.

В верхней части странички мы находим сообщения о прогулке от ворот Steintor до Fallersleber Tor в виде таблицы времён дня, а потому и потребного времени. Вслед за этим указано несколько

чисел, буква В и отрывки двух слов, затем Newton's Epitaph [надгробная надпись] и две строки текста Александра Попа на английском языке. Вот они в немецком [в русском, почти по Маршаку] переводе: *Был этот мир глубокой тьмой окутан. Господь сказал: Да будет свет! И вот явился Ньютон.* Так уже тогда проявилось у Гаусса почитание Ньютона.

Справа на странице тщательно написанные слова Bohnstedt (фамилия) и Baumannshöhle (в Гарце). Левее таблицы, вставленной 6.4.1801, указано время, потребное для прогулки от Wilhelmitor в Брауншвейге до Eisenbütteler Brücke и обратно в Augusttor. Заметно, что Гаусс не шаркал ногами, а был быстроногим ходоком. Скорость его ходьбы составляла примерно 5,6 км/час. [...]

В середине нижней части страницы помещена таблица пройденных миль до осени 1799 г. с разбивкой на пешие, в экипаже и верхом. [...] Справа внизу размещена таблица с указанием годовых прогулок в милях с 1784 г. (!) до 1808 г. [...]

Всего до 1799 г. [включительно] оказалось 239 миль. Расхождение в 11 миль по сравнению с приведенным тут же итогом позволяет заключить, что, как сказано выше, в 1799 г. общее пройденное расстояние было указано лишь до осени, а не полностью, как в этой таблице.

Наконец, слева видно аккуратно нарисованное лицо в профиль, буквы оррос, числа и сокращения и набросок лица в защитной маске с манишкой в руке. В середине внизу написано также 19 [миль на] лошади, 14 пешком, 3 в экипаже и набросано изображение лица в профиль. Указанные нами статистические данные значимы для биографии Гаусса постольку, поскольку, в частности, они упоминают о прогулках в Peine, Heiligenstadt, Moringen или Hanstein, о которых мы иначе ничего не знали бы⁷.

[8] Так в чём состоит новое, каковы элементы изменённого понимания Гаусса? Его можно теперь понять как личность, он представляется как человек, который находит удовольствие от игры, а не как сверхчеловек. Только теперь стали понятны его прежде необъяснимые побуждения и действия. Но не уменьшилось ли его величие, наше ослепление им? Напротив. Восхищение его успехами, которые в большой степени зависели от окружающей жизненной обстановки, возросло, потому что теперь мы знаем и понимаем, что свои бессмертные труды он написал при обстоятельствах, которые по его мерке никак не способствовали умственной работе. Упорный труд, преодолевавший сопутствующие препятствующие обстоятельства, составлял намного более важную долю относительно гениальной интуиции. Ранимый, восприимчивый, впечатляемый человек сражался не только против неблагоприятных условий работы, но и с самим собой.

Составленная Сарториусом биография Гаусса навсегда останется для неё ценным первичным источником, но её следует использовать критически и добавлять к ней сведения из других материалов. Это замечание особенно относится к истолкованию политической позиции Гаусса, по поводу которой здесь указаны

лишь слабые начала нового понимания. До сих пор ещё преобладает убеждение, основанное на сообщении Сарториуса, в гауссовом консерватизме и его отвращении к любым переменам, внушенным давним требованием герцога Брауншвейга.

[9] Произошла быть может небольшая сенсация, когда несколько лет назад обнаружилось, что два человека из непосредственного окружения Гаусса, которым он полностью доверял, его механик Мориц Мейерштейн и его коллега и бывший ученик Мориц Абрахам Штерн, принадлежали кругу друзей парижских левых радикалов. Исходя из этого, в новом свете предстаёт гауссово высказывание 20 апреля революционного 1848-го года в письме своему другу юности Бойаи:

Мощное политическое и социальное землетрясение, которое распространяется всё шире и шире, разрушает почти все условия жизни в Европе. Твоё отечество в узком смысле (я имею в виду Семиградье [Трансильвания]) ещё не затронуто. Я всё же надеюсь, что в конце концов появятся отрадные плоды, однако переходный период вначале принесёт многочисленные стеснения и (боже упаси!) может продлиться долго. Очень сомнительно, что мы в нашем возрасте когда-нибудь доживём до предстоящего золотого века.

Как объяснить это рассуждение, столь необычно противоречащее его другим, дошедшим до нашего времени суждениям, о революционных переворотах? Не должно ли здесь быть следов обсуждений со Штерном и Мейерштейном? Сегодня мы можем только задать этот вопрос, ответа же на него у нас нет.

Более близкое изучение жизненных условий Гаусса требует значительно лучшего знания о его спутниках. В этой связи я хотел бы вспомнить о трудах членов Общества Гаусса и прежде всего упомянуть к сожалению уже покойных Марту Кюсснер, Хорста Михлинга и доктора Грески.

Позволительно привести один пример⁸. От Сарториуса нам известно, что Гаусс порицал безыдейность Гёте и не слишком высоко оценивал его *лирическую поэзию*. Можно показать, что последнее утверждение основано на аналогичном мнении Гёте о Гауссе. Когда в 1817 г. Гёте перерабатывал для сцены комедию Коцебу *Обворованные*, он неоправданно нарушил равноценное упоминание Лейбница и Гаусса. Коцебу написал *Были бы вы столь же образованы, как, например, Лейбниц или Гаусс*, Гёте же сорвал своё неудовольствие молчанием Гаусса о своём учении о цвете и заменил Гаусса на Канта⁹ [...] (Goethe Jb. 92, 1975, pp. 195 – 219, p. 204).

Продолжение исследований находящихся здесь, в Гёттингене, неопубликованных записей и писем великого человека будет безусловно способствовать дальнейшему изменению образа Гаусса. Теодор Фонтане предостерегал современных ему биографов от *beautifying forever* [приукрашиваний навечно], и обычное, трафаретное почитание героя, которое не обращает внимания на это предостережение, заменится более глубоким,

более объективным и более подобающим пониманием Гаусса, навстречу которому мы движемся.

Я убеждён, что многое, конечно же, было навсегда утрачено вместе со смертью Гаусса, что он и предвидел в 1832 г., но уже сегодня можно наверняка указать то, что переживёт время. Останется наше восхищение великим гением аналитической мощи, его целеустремлённым упорством, применением математических экспериментов¹⁰, интуитивным улавливанием скрытых связей и возможных приложений, равно как и обусловленных ими глубин и разносторонностей.

Примечания

1. Об этих взносах нам ничего не известно.
2. В 1809 г. Лежандр, в письме Гауссу, назвал себя изобретателем принципа наименьших квадратов, поскольку первым опубликовал это новшество. Гаусс на это письмо не ответил, Лежандр же (будучи намного старше Гаусса) возмутился в основном этим молчанием. Все французские математики, интересовавшиеся обработкой наблюдений, включая Пуассона (но не Лапласа), после этого начали игнорировать соответствующие работы Гаусса. Reich (1996), однако, сообщила, что по крайней мере с 1836 г. всё это изменилось.
3. Издателем *Теории движения* Гаусса обычно называют Пертеса, но сам Бирман [v, § 1] правильно указал Пертеса и Бессера.
4. В письме Ольберсу 30 июля 1806 г. Гаусс (W/Erg - 4.1, с. 307) сообщил свой девиз: *Либо Цезарь, либо никто*.
5. Уже Klein (1926, с. 11 – 12) заметил, что Гаусса подчас настигала ипохондрия. Чуть выше Бирман сослался на биографию Гаусса Worbs (1955). Башмакова и др. (1978, с. 52 – 53) цитировали другое высказывание Клейна (1926/1937, с. 62) по поводу *Математического дневника* Гаусса:
Мы видим здесь Гаусса таким, каким он переживал и воспринимал свои великие открытия. Он живейшим образом выражает свою радость и удовлетворение, наделяет себя похвальными эпитетами и выражает своё настроение восторженными восклицаниями.
6. Бирман расшифровал некоторые записи Гаусса, теперь же читателям предстоит расшифровать Бирмана.
7. Быть может и не нужно было знать.
8. Фраза неудачна: речь пойдёт о Гёте, который не был спутником Гаусса.
9. Лейбниц и Кант звучит более подходяще, чем Лейбниц и Гаусс. К тому же, Бирман не доказал, что Гауссу был известен описываемый им эпизод. См. также [iii, § 8].
10. Быть может не эксперименты (которые Бирман упомянул уже в § 2), а эмпирические подсчёты.

Краткие сведения об упомянутых лицах

Eckermann Johann Peter, Иоганн Петер Эккерман (1792 – 1854), секретарь и друг Гёте

Encke Johann Franz, Иоганн Франц Энке, 1791 – 1865, астроном

Ewald Heinrich, Генрих Эвальд (1803 – 1875), востоковед и богослов, зять Гаусса

Fontane Theodor, Теодор Фонтане (1819 – 1898), писатель

Harding Karl Ludwig, Карл Людвиг Хардинг (1765 – 1834), астроном

Kotzebu August von, Август фон Коцебу (1761 – 1819), драматург, писатель

Lindenau Bernhard August von, Бернар Август Линденау (1780 – 1854), астроном, юрист, политик

Listing Johann Benedikt, Иоганн Бенедикт Листинг (1808 – 1882), физик
 Meyerstein Moritz, Мориц Мейерштейн, механик
 Sartorius Waltershausen Wolfgang von, Вольфганг Сарториус фон Вальтерсхаузен (1809 – 1876), минералог и геолог
 Steinheil Carl August von, Карл Август Штейнхейль (1801 – 1870), физик, изобретатель, инженер, астроном
 Stern Moritz Abraham, Мориц Абрахам Штерн (1807 – 1894), математик
 Wagner Rudolf, Рудольф Вагнер (1805 – 1864), физиолог, антрополог
 Weber Wilhelm Eduard, Вильгельм Эдуард Вебер (1804 – 1891), физик

Библиография

- Башмакова И. Г., Рудаков А. Н. и др.** (1978), Алгебра и алгебраическая теория чисел. В книге *Математика XIX века*, т. 1. М., с. 39 – 122. Редакторы А. Н. Колмогоров, А. П. Юшкевич.
- Biermann K.-R.** (1978), Gauß als Persönlichkeit. *Abh. Akad. Wiss. DDR*, No. 3, pp. 39 – 49.
- Dunnington G. W.** (1955), *C. F. Gauss, Titan of Science*. New York. [Math. Assoc. America, 2004.]
- Gauß C. F.** (1863 – 1930), *Werke*, Bde 1 – 12. Hildesheim, 1973 – 1981.
 --- (1975 – 1987), *Werke*, Ergänzungsreihe, Bde 1 – 5. Hildesheim.
 --- (1976), *Gauss' mathematisches Tagebuch*. Leipzig. Ostwald Klassiker, No. 256. Leipzig, 1985.
- Gerardi T., редактор** (1964), *Ch. L. Gerling an C. F. Gauss*. Göttingen.
 --- (1969), *Nachträge zum Briefwechsel zwischen C. F. Gauß und H. Ch. Schumacher*. Göttingen.
- Klein F.** (1926), *Vorlesungen über die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert*, Tl. 1. Berlin. Клейн Ф. (1937), *Лекции о развитии математики в XIX веке*, ч. 1. М. – Л.
- Reich K.** (1996), Frankreich und Gauß, Gauß und Frankreich. *Berichte zur Wissenschaftsgeschichte*, Bd. 19, pp. 19 – 34.
- Worbs E.** (1955), *C. F. Gauß. Ein Lebensbild*. Leipzig.

VII

Ф. В. Бессель

Сэр Уильям Гершель

F. W. Bessel, Sir William Herschel.

Abhandlungen, Bd. 3. Leipzig, 1876, pp. 468 – 478

Лекция 10 февраля 1843 г. в Физическом обществе. Опубликовано в 1843 г.

[1] Сегодня я собираюсь побеседовать с вами о человеке, который досконально исследовал ветвь астрономии, остававшуюся до него почти неизвестной, но приняла замечательный вид. Его имя с восхищением упоминалось тысячу раз и его заслуги следует вспоминать лишь, чтобы соглашаться с этим восторгом.

Надеюсь, что выбранная мной тема будет вам приятна, потому что почитание Гершеля никого из вас ещё не возбудило. Заслуга в выборе этой темы принадлежит, впрочем, не мне, а Араго. Его недавнее сообщение об исследованиях и открытиях Гершеля напомнило мне, что я здесь тоже должен о нём рассказать. Анализ Араго помог мне снова представить себе время, в течение которого вы росли, в котором возбуждалось ваше мальчишеское удивление.

В многолетнем промежутке между теми годами и нынешним временем проявилось стремление других следовать за смелыми шагами Гершеля, который, впрочем, никогда не покидал почву под ногами. Но суждения и сравнения не ослабили сияния, в котором Гершель представился мне с самого начала моих воспоминаний. Во мне выработалось его определенное изображение, и я постараюсь описать вам черты этой сложившейся картины.

Она настолько схожа с той, которую представил себе о нём Араго, что нельзя не видеть, что один и тот же человек позировал для обеих из них. И всё же восприятие этих картин может быть несколько различным, подобно тому, как два художника видят и должны видеть одно и то же лицо по-разному.

Отведенный час запрещает мне повторять попытку Араго проследить за каждым отдельным трудом Гершеля, которая потребовала многих страниц в *Annuaire [publié par le Bureau des longitudes]* pur 1842 [, pp. 249 – 608] и явилась отрядным вкладом в познание не только Гершеля, но и второго примечательного человека, самого Араго. И так же мало я посмею занимать ваше время своим нынешним изображением Гершеля, если не обосную, почему оно именно такое, а не иное. Это изображение должно было появиться, и появилось из достижений Гершеля, и ценно оно только, если показывает человека, подобающего им.

И поэтому не ожидайте прослеживания Гершеля от колыбели до могилы; не будет и рассказов о его юношестве, которое будто бы необходимо связано с каждым последовавшим успехом, потому что их подчёркивание ничего не доказывает и часто

представляется мне лишь упражнением в остроумии, попыткой установить несуществующую связь между событиями.

В истории великих людей я имею в виду показать самым чётким образом, и не премину показать сейчас, возбуждающее влияние осознания собственной мощи, того осознания, которое в большинстве случаев призывается для возможно отыскиваемого, но внезапного преодоления трудностей жизни. Это осознание врожденно, но его проявление знаменует первый день в истории данного человека.

[2] Гершель родился в Ганновере в 1738 г. и умер в 1822 г. в возрасте более 82 лет в Англии. Его память о немецкой родине я ещё в прошлом году с большим удовольствием ощутил в стайке его приятных внуков, которые на немецком языке разъясняли мне величие привлекательного поместья своего отца, второго великого человека того же имени.

В 1759 г. сведущий в музыке Гершель переехал в Англию и вначале жил скромно. Лишь в 1766 г. в возрасте 28 лет ему удалось стать органистом в Бате. Ему попался в руки двухфутовый зеркальный телескоп. Направив его в небо, можно было увидеть многое, о чём иначе и догадываться нельзя было. Слабый и незначительный, подобный прибор показал ему пространство, заполненное плохо заметными звёздами. Он смог разглядеть диски планет и очертания некоторых туманностей, и захотел всё это рассмотреть более чётко.

Стоимость прибора большего размера, который он решил, было, купить в Лондоне, превышала, однако, возможности органиста из Бата. Но его жребий был брошен, счастливый жребий! Его силы пробудились. Он расплавил и отшлифовал металл для зеркала, и в 1774 г. смастерил телескоп с фокусным расстоянием 5 футов. Этот успех, и то, что он теперь увидел на небе, возбудило его усердие и умножило его силы. Он взялся изготавливать более длинные телескопы, и как только это удавалось, и знание неба расширялось, у него появлялось предчувствие дальнейших успехов. Он не отдыхал ни днём, ни ночью, изготовил телескопы с фокусным расстоянием 7, 8, 10 и 20 футов. Убеждение в том, что он сможет увидеть то, что раньше никому не удавалось, привело его к внимательному рассмотрению более ярких звёзд. Результатом было открытие многих неизвестных двойных звёзд, а 13 марта 1781 г. он вместо звезды в созвездии Тельца увидел диск планеты.

[3] Он открыл планету Уран и стал героем дня¹. Благородный Георг III пожаловал ему дом в Слау возле Виндзора и положил ему годовичное жалованье, чтобы его успешное усердие более не прерывалось основными занятиями. Ранее они были вероятно необходимы, чтобы разбудить его энергию, теперь же оказались недостойными его.

С того дня он опубликовал 69 мемуаров в *Philosophical Transactions of Royal Society*, которые придают черты его портрету. Они показывают, что свои силы и размышления за весьма небольшим исключением Гершель посвятил той области астрономии, в которой главенствует телескоп. Его

непреклонность в преследовании цели проявлялась уже в том, что мы видели. И понятно, что на своём длительном пути он всегда следовал в одном и том же направлении. Но когда он начал интересоваться двойными звёздами, не оставляя их до самой смерти, его побуждало стремление ознакомиться не с ними, а с небом, на котором они были не единственной достопримечательностью. Мы поймём широту исследований Гершеля, когда рассмотрим его мемуары.

Многие из них описывают изготовление телескопов. Насколько серьёзно он относился к этому видно, в частности, в его привычке сразу же отливать и шлифовать много зеркал для каждого нового телескопа. Закончив эту работу, он проверял их качество наблюдениями и отбирал лучшие из них. Остальные он шлифовал заново и снова проверял их. Если какой-то из них оказывался лучшим, чем лучшие из ранее отобранных, то он и те, прежние, обрабатывал вновь.

И так он шёл вперёд пока не доводил своих телескопов до *наивысшего возможного совершенства*. Араго сообщает, что в течение своего пребывания в Бате [ещё в Бате!] Гершель изготовил около 200 зеркал с фокусным расстоянием 7 футов, 150 зеркал – с расстоянием 10 футов и 80 – с расстоянием 20 футов. Не заметите ли вы здесь подход к портрету Гершеля? Я не могу не думать, что подобный подход так определённо характеризует Гершеля, как немногих других.

Успех, которого Гершель уже добился своими большими телескопами, возбудил его желание использовать ещё более длинный инструмент. Его царственный покровитель оплачивал немалые расходы, и в период 1785 – 1789 гг. Гершель построил ставший всемирно известным телескоп с фокусным расстоянием 40 футов диаметром более 4 футов и зеркалом, которое весило 2000 фунтов. Изготовление механизма, приводящего в движение столь тяжёлую массу зеркала и колоссальную железную трубу, потребовало новых усилий неистощимого Гершеля, а его успех показал, что он справляется с трудностями в механике так же хорошо, как при изготовлении зеркал.

Гершель не был лишён знаний, которые требовались для достижения его цели. Она, эта цель, заводила его, её необходимо было достичь. Казалось, что он не жалел ни сил, ни времени для изучения неизвестного², когда решение стоявшей перед ним задачи требовало приобретения определённых знаний. Мне известно, что многие рекомендуют противоположное, но там, где появляется успех подобный гершелеву, советуйте внимательно осмотреть путь, приведший к нему.

[4] Многочисленные замечания в мемуарах об инструментах уже показывают средства, при помощи которых Гершель достиг их совершенства, равно как и то, что его цель была иной. Прежде всего он заботился об установлении *границы зрения*. Остроумные и тонкие попытки привели его к суждению о том, чего можно достичь при помощи телескопа сравнительно с простым глазом. Без телескопа в обычных условиях видны звёзды до шестой величины включительно. Менее яркие звёзды недостаточно

вливают на зрительный нерв и не дают представления о своём существовании.

Небольшая подзорная труба уже позволяет увидеть более слабые и в общем без сомнения более отдалённые звёзды. Более мощная труба проникнет глубже в пространство, и по мере усиления прибора расширятся границы видимого мира, и ужесточается толкотня миллионов звёзд. Это заметит каждый, кто имел бы у себя последовательность телескопов Гершеля. Но он не успокоился таким простым замечанием, оно побудило его исследовать глубину, на которую телескоп данного вида и размеров проникает в небесное пространство сравнительно с простым глазом. И это исследование не было следствием любопытства по поводу возможности своего телескопа. Он хотел составить суждение о пространственном распределении звёзд, и мы всегда замечаем Гершеля в подобном свете.

Всё, что он видит на небе, он внимательно прослеживает своими собственными глазами, и ещё внимательнее – своим более пронизательным духом. То, что для других быть может оставалось бы простым фактом, для него оказывалось началом отважно возвышенного полёта мысли. И он рассудительно доверялся этим полётам, он скреплял их не воском, который растапливается Солнцем, а завязками, прочность которых часто испытывал тщательными и трудными исследованиями.

Инструменты Гершеля должны были как можно больше расширить видимость неба, но в качестве *измерительного* средства они мало чего достигали, намного меньше, чем тогдашним гелиометром, который посредством часов и микрометренного винта прослеживал движение звёзд³. Но Гершель стремился исследовать не *движение* звёзд, а *структуру* небосвода и его отдельных частей. Захоти он изменить направление своих трудов, он отыскивал бы для этого иные средства. А почему он этого не сделал? Видимо потому, что избранное им направление соответствовало его склонностям и свойствам. Другого ответа ни на один подобный вопрос я не имею.

[5] Мы оставляем инструменты Гершеля, чтобы обратиться к тому, чего он достиг в исследовании неба, чему, собственно, и были обязаны инструменты своим возникновением. Я буду придерживаться последовательности пояснений Араго, который начал с трудов Гершеля о звёздном небе. Но тем для изучения слишком много, и мы сможем лишь мимолётно коснуться их.

Яркость звёзд была предметом прекрасного ряда наблюдений. Ранние сведения на этот счёт не оставляли никаких сомнений в том, что со временем многие звёзды усиливали или ослабляли своё сияние, другие же испытывали периодические изменения яркости. Были, однако, и такие, как, например, знаменитая [новая] звезда 1572 г. Она сияла в созвездии Кассиопеи даже ярче Сириуса, затем, однако, бесследно исчезла и видима лишь кратковременно.

Гершель расположил звёзды по яркости, указывая самые яркие из не очень разбросанных групп и порядок, в котором за ними

следовали остальные. Подобными списками, составление которых возможно простым глазом, он озаботился для будущих целей. В середине XVII в. Иоганн Байер в Аугсбурге изготовил хорошие карты неба, и расположил на них звёзды каждого созвездия в порядке их яркости, указывая его греческими буквами.

Сравнение этих карт со списками Гершеля показывает частое изменение этого порядка, но наш замечательный соотечественник Аргеландер, который посвятил много стараний и этой ветви познания небосвода, недавно доказал, что порядок, установленный Байером, не заслуживает того доверия, которое частично ему прежде приписывали. Собирая отличительные черты для портрета Гершеля, я позволю себе и здесь указать вам заметное появление уже описанной черты: основательности и мощи, с которыми он добивался совершенствования своих открытий.

Списки Гершеля поэтому являются новейшим основанием уверенности, на которой может быть выстроено более полное знание изменений яркости звёзд. Вслед за каталогом Флемстида они должны будут охватить период почти до 2000 г. Но тот каталог включает много звёзд, которых никогда не существовало, а появились они в нём только ввиду описок или ошибок в вычислениях. Гершель мог бы оставить их без внимания, и его списки включали бы несколько менее звёзд, но для достижения совершенства он и остававшаяся ещё в живых его сестра Каролина⁴ утомительно исследовали исходные записи Флемстида, установили истинное положение каждой наблюденной им звезды и составили общую сводку его дневников, в которой каждое включённое в них наблюдение было проверено, так что существенное значение наследия Флемстида намного возросло.

[6] Я уже описал вам⁵ старания Гершеля определять расстояния звёзд. Теперь я должен вспомнить о них снова, потому что его неудача привела к одному из его же прекраснейших успехов. Этот успех и эта неудача существенно связаны друг с другом; будь успех достигнут раньше, никакой неудачи не произошло бы. Я уже мимоходом упомянул, что Гершель обнаружил много двойных звёзд. Эти пары состоят из двух звёзд, часто весьма различной яркости, – одной, нередко видимой простым глазом, и второй, более тёмной и почти затерянной в блеске первой и в любом случае видимой лишь в зрительную трубу. В других, менее частых случаях двойные звёзды состоят из двух почти или вполне одинаково более или менее ярких звёзд. Но неравные по яркости звёзды наводят на мысль о том, что более тёмные неизмеримо удалены от более яркой, и что поэтому они могут быть сочтены элементом пары лишь ввиду случайного расположения Земли [расположения визирного луча] вблизи прямой, соединяющей обе звезды.

Это представление, очевидно, не противоречит существованию двойных звёзд одинаковой яркости, причём не обязательно, чтобы яркость звезды сама по себе определяла её расстояние. Такое представление было у Гершеля, и он поэтому логично ожидал, что годичное движение Земли около Солнца, соответствующее

изменениям мест различных удалённых звёзд, изменит их взаимное положение. Следствием окажется *значительное* изменение взаимного направления на компоненты двойных звёзд. Хотя относительное движение само по себе очень мало, оно составляет *значительную* часть опять-таки очень малого расстояния между ними.

Это оказалось основанием надежды Гершеля усмотреть движение, которое прежние наблюдения пропускали только ввиду его малости⁶, в годичном повторении изменения направления одной звезды относительно другой. И он поэтому отыскивал двойные звёзды, но обнаружил так много их, что его дух, неизменно проникавший за пределы увиденного, должен был усмотреть в *их множестве* весомый довод против своего представления о природе двойных звёзд.

Суть этого довода я постараюсь разъяснить на примере. Звезда Кастор – двойная и состоит она из звёзд второй и четвёртой величин. Они расположены так близко друг к другу, что их может различить только *хорошая* зрительная труба. В 1831 г. я определил, что расстояние между ними составляет более четырёх секунд, а точнее 4,73 секунды. Число звёзд этих величин на небесной сфере можно считать равным, соответственно, примерно 50 и 400. Пусть звёзды этих величин распределены по всему небу *случайно*, так что положение одной не находится ни в какой необходимой связи с положением другой. Тогда станет ясно, что чем меньше будет оснований ожидать, что их взаимное положение вызвано чистым случаем, тем меньше окажется число подобных распределений звёзд и поэтому тем менее плотно будет небесная сфера усыпана ими.

Но компоненты двойной звезды Кастор настолько близки, что *очень маловероятно*, чтобы одна из 400 звёзд четвёртой величины была так близко расположена к одной из 50 звёзд второй величины, если только положение одной звезды не обуславливает положения второй. Вычисление показывает, что можно ставить 400 000 против одного за то, что эта близость не является случайной⁷, т. е. что она вызвана их действительной *совместностью*. Но Гершель обнаружил много двойных звёзд и тем самым частого совпадения случаев, каждое из которых сильно свидетельствовало о совместности. Он больше не мог разумно сомневаться в этом, и должен был оставить своё прежнее представление. Вместе с этим очевидно полностью отпала возможность определения расстояний до компонентов двойных звёзд по их движению относительно годичного обращения Земли.

[7] Но Гершель заменил утерянную надежду определением расстояний до звёзд на одно из своих самых замечательных успехов. Он узнал истинную природу двойных звёзд и показал нам сонм звезд, состоящий частично из одиночных и частично из двойных солнц, а в нескольких редких случаях – из трёх солнц. Не скрылось от него и необходимое следствие. Гершель не мог не заметить, что два солнца, расположенные близко друг к другу, должны притягивать друг друга и давным-давно совпали бы, если

только их обращение около общего центра масс не предотвратило этого события.

Необходимое обращение компонентов двойных звёзд мы должны оставить в стороне, но оно побудило Гершеля повторно наблюдать взаимное положение компонентов. В нескольких случаях он обнаружил такое быстрое движение, что в промежутках между его прежними и позднейшими наблюдениями произошло существенное изменение. Таким образом, независимо от любых других наблюдений, он доказал, что компоненты двойных звёзд ведут себя как Солнце и планеты, с тем, однако, отличием, что они оба светятся.

Ввиду этого движения и других фактов, которые обнаружились в последующем периоде, в основном благодаря стараниям Струве, мы узнали больше о двойных звёздах. Я охотно рассказал бы ещё многое о них, но не смею оставлять победного шествия нашего героя. И я не должен ограничиваться показом его только как стоявшего высоко над всеми наблюдателями, потому что достижение высшей цели означало для него всё *увидеть и описать*.

До сих пор астронома из Слау мы видели только как исходящего из *собственных* наблюдений, да и в дальнейшем мы отметим подобное. Но теперь мы хотели бы последовать за ним в исследовании, которое не могло быть проведено на основе его собственных данных, а именно исследование движения нашего Солнца в пространстве.

[8] Астрономы наблюдали движение звёзд, – тех звёзд, которые ранее считались неподвижными. Эти движения, отличные от повторявшихся с периодом в год⁸, происходили очень медленно, но неизменно. Заметили их только в XVIII в., потому что более ранние наблюдения не были достаточно точными.

Необходимость движений может быть доказана. Узы притяжения связывают каждое небесное тело вселенной со всеми остальными телами. Будь звёзды неподвижны, притяжение в одну сторону, которое каждое из них испытывает от некоторой части тел, в точности уравнивалось бы притяжением остальной части в противоположную сторону. Но на границах системы [Weltsystem]⁹ этого не могло бы быть, потому что сила притяжения направлена там во внутрь, в противоположную же сторону никакие силы не направлены.

Движение каждой звезды обусловлено движением остальных. Чем быстрее движение её ближайших тел, тем медленнее оно у удалённых. И при исследовании движения звёзд мы поэтому не можем сомневаться в том, что и наше Солнце, которое является одной из них, тоже движется. Мы не знаем, движется ли оно быстрее или медленнее, чем какая-либо иная звезда, и это нельзя установить непосредственными наблюдениями; для этого нужна была бы отсутствующая закреплённая точка.

Будь все звёзды кроме Солнца неподвижны, с нашей движущейся точки стояния все они удалялись бы от того пункта небесной сферы, к которому мы направляемся, притом быстрее удалялись бы ближайшие, и медленнее – удалённые. Если бы

подобное удаление стало известно по наблюдениям, мы могли бы заключить, что движется одно только наше Солнце, но наблюдения устанавливают, что дело обстоит иначе. Видимые нам движения звёзд направлены во все стороны, часто в противоположные. Это доказывает, что и звёзды обладают собственным движением.

Чем быстрее движется Солнце по сравнению со звёздами, тем отчётливее окажется его направление. Наблюдаемое изменение места звёзд на небесной сфере, если отвлечься от многочисленных исключений, *в общем* соответствует направлению, которое определяется только движением Солнца. Гершель руководствовался этой идеей при попытке определить направление движения Солнца. Он отыскивал точку на небесной сфере, относительно которой наблюденные изменения мест звёзд *в общем* максимальны и определил её в созвездии Геркулеса. Тем самым он показал, что существует более сильное основание полагать, что Солнце движется *в этом*, а не в любом другом направлении.

Позднее Аргеландер выполнил достопримечательную работу, произведя новые наблюдения звёзд с более быстрым собственным движением. Полученные им более полное и уверенное обоснование схожего исследования Гершеля побудило его повторить свои наблюдения. Его более уверенное обоснование и достигнутое усовершенствование искусства вычислений подтвердило найденное Гершелем направление с точностью до нескольких градусов.

В исследованиях направления движения Солнца, которые я сейчас покину, вы видите, что для изучения структуры вселенной Гершелю не требовалось исходить из собственных наблюдений. Здесь появляется *исследователь*, лишённый славного одеяния наблюдателя.

[9] Достойно удивления гершелево исследование туманностей. Простым глазом можно обнаружить на небе места, более светлые, чем окружающие их пространства. При осмотре в подзорную трубу, они, эти места, разрешаются на множество звёзд, ни одну из которых нельзя увидеть ввиду её малости, либо же расположенных так близко друг к другу, что свет от них [как бы] объединяется. Лица с острым зрением распознают более яркие звёзды Плеяд, тогда как близорукие видят лишь туманную массу. В схожем звёздном скоплении в созвездии Рака даже самый острый глаз не сможет различить отдельные звёзды, хотя уже очень слабая труба позволяет добиться этого.

В последовательности [скоплений], начало которой я только что привёл, можно выделить ранги от Плеяд до едва различимых в самые мощные телескопы туманностей, представляющиеся притом лишь в виде тонких облачков. Другие туманности очень светлы и без труда видны даже простым глазом, но тем не менее никакой телескоп до сих пор не разрешил их на звёзды. К ним относится, к примеру, известная туманность Андромеды.

До Гершеля неутомимый первооткрыватель комет Мессье и некоторые другие астрономы довели число известных

туманностей примерно до ста, он же в 1786 г. составил список тысячи туманностей, в 1789 г. – снова тысячи, и список пятисот в 1802 г. Но никто, понявший натуру Гершеля, не стал бы ожидать, что он остановится на *открытии* туманностей (хоть оно и поразительно), и я постараюсь обрисовать его дальнейшие шаги.

Очертания туманностей бесконечно разнообразны. Многие имеют вполне правильную форму, другие менее чётки, но в зрительную трубу видно, что они довольно хорошо очерчены. Есть, однако, и неограниченные массы, постепенно ослабевающий свет которых можно проследить на большом протяжении. Правильно очерченные туманности частично кругообразны, частично эллиптичны, притом нередко весьма удлинены и располагаются почти прямолинейно. Светимостью туманностей правильной и примерно правильной формы возрастает к их середине, и часто настолько сильно, что их средняя точка светит подобно звезде, а у некоторых туманностей действительно есть звезда в середине.

Очевидно имеются и туманности, которые представляются кругообразными, но на самом деле шарообразны, по крайней мере как правило. А те, которые кажутся эллиптичными, ограничены более или менее сплюснутыми чечевицеобразными границами. Они преимущественно оказываются эллипсоидальными и более или менее отличаются от шарообразных.

Когда при рассмотрении через телескоп туманности правильной или примерно правильной формы разрешаются на звёзды, то бросается в глаза, что тысячи обнаруженных звёздочек имеют примерно одну и ту же яркость. Сразу же видно, что эти туманности являются обособленными системами большого числа звёзд, по крайней мере в какой-то мере схожими с той звёздной системой, малой частью которой является наше Солнце. Представив себе такую систему на неизмеримом расстоянии, не найдёшь никаких причин для сомнения в том, что до сих пор не разрешённые на звёзды туманности подобны разрешённым. И станет понятным, как Гершель своим открытием тысяч туманностей и их изучением восхитился представлением о строении мира [Weltgebäude], истинное протяжение которого никакая сила воображения не может постигнуть.

Уплотнение туманностей к своим средним частям, как доказал Гершель, от еле заметного следа до сформировавшейся звезды усматривается как последовательное сгущение в неизмеримом пространстве распределённой массы этой системы. Это побудило его поразмыслить о *старых* и *новых* туманностях, хотя и не в [земном] смысле тысячи поколений, которые представляются существенным периодом времени.

В *объединённом* действии этой системы он отыскал указание на часто наблюдаемое явление, а именно на отсутствие малых звёзд в ближайшей окрестности туманностей. Об этом явлении я скажу мимоходом. Оно быть может должно иметь большее влияние на взгляд о структуре мира [Ganzen des Weltgebäudes], чем это допускается. Я могу здесь только сослаться на весьма необычные формирования туманностей: кольцеобразные туманности;

туманности, образующие в некоторой степени двойные кольца; двойные, число которых превышает число двойных звёзд; туманности, которые веерообразно расходятся от одного светлого пункта; наконец, особо светлые ввиду равномерности своего света и резких очертаний напоминающие диски планет, так что Гершель назвал их планетарными.

Подобные образования, отличающиеся от общего правила, были ему особенно желанны, потому что способствовали ограничению числа приемлемых разъяснений. Кроме того, следовало только ожидать, что далёкий мир туманностей, который даже при самой усиленной видимости, виден с невероятным уменьшением, так что даже данные в числах массы теряют наглядность и что этот всеобъемлющий простор остаётся не разъяснённым. Разъяснение, или сочетание многих фактов небольшим числом правил, остаётся тем отдалённое от границ, на которых оно убедительно, чем менее полны соединяемые данные.

[10] Вначале Гершель считал, что все туманности, – и те, которые не поддаются самым сильным телескопам, и разрешённые на звёзды, образованы звёздами. Однако, упомянутые многочисленные бесформенные туманные массы, которые в некоторых случаях распространяются на многие градусы с чередованием более ярких и более тёмных мест, могут быть сравнены только с невероятно искажёнными облаками.

В некоторых из этих туманных масс Гершель надеялся всё же отыскать *изменения*, и они позднее побудили его допустить особую туманную материю, вещество для позднейших образований. Есть аналогия и в зодиакальном свете, который действительно окружает наше Солнце, и простирается вплоть до орбиты Земли, и в туманной массе комет.

Существуют и различные образования, которые представляются как туманности, что может быть наглядно пояснено содержащейся в них подобной материей. Если наблюдения когда-либо покажут *недвусмысленные* изменения какой-либо туманности, то это, видимо, было бы возможно только ввиду усвоения этой материи. Изучение таких образований не закончилось со смертью Гершеля.

Нашёлся астроном, правда, лишь один, который перенял его наследство, но он был как бы один во многих лицах, потому что соединял в себе глубокое и разностороннее познание с мощью и усердием в изучении явлений природы, что редко встречается в равной мере. Я говорю о Сэре Джоне Гершеле, сыне Уильяма. Уже в Слау он добавил многие сотни туманностей в списки своего отца, описал и мастерски изобразил многие особо примечательные из них. Но своё дальнейшее пребывание в предвестье больших надежд он посвятил изучению замечательных туманностей южного неба. Он показал мне свои рисунки, точность и красота которых намного превосходила всё, сделанное до него, так что позднейшие наблюдатели получили чёткий ориентир для исследования возможных изменений больших туманных масс.

Я должен ещё упомянуть весьма примечательный факт, который стал ясен после составления основательных списков туманностей Гершелем-отцом: они существуют в основном в пределах Млечного пути.

[11] Мы теперь достигли *величайшего* достижения Гершеля, определения формы звёздной системы, к которой принадлежит наше Солнце. Здесь не остаётся ничего неопределённого. Речь идёт не о точке зрения, которая совместима с наблюдениями, но всё же не доказана, а об *измерениях* особого рода, в верности которых нельзя усомниться *в целом*. Телескоп Гершеля проникал до *границ* Млечного пути, и, следуя счастливой идее, он определял их очертания, очертания границ пространства, в котором содержатся многие миллионы звёзд и наибольший диаметр которого свет быть может не пробежит за десять тысяч лет.

Но мы должны следовать за Гершелем. С увеличением размеров его телескопов они проникали всё глубже в Млечный путь. Телескоп большего размера разрешал на звёзды только часть туманного облака, оставляя неразрешёнными более слабые звёзды, но не проникал до границ звёздного неба. Но в конце концов телескоп с фокусным расстоянием в 20 футов и отверстием объектива около 19 дюймов [48 см] показывал не туманности, а *все звёзды нашей системы*.

И теперь Гершель получил всё, что требовалось. Он подсчитывал число звёзд определённой величины в каждом направлении на некоторой поверхности небесной сферы. Поскольку эти подсчёты были полными, он смог, принимая равномерное распределение звёзд в пространстве, заключить о его границах в каждом направлении.

Можно более чётко пояснить, как Гершель выводил свои результаты. Представим на небесной сфере поверхность, ограниченную окружностью диаметром в 1 градус. На этой поверхности конечно же будут видны все звёзды, находящиеся внутри конуса с вершиной в глазу и телесным углом в 1 градус. Число этих звёзд будет соответствовать пространству, ограниченному конусом, и потому окажется тем большим, чем длиннее должен быть конус, чтобы он достиг границы звёзд. Точнее, число звёзд возрастет как куб необходимой длины конуса или расстояния до границы.

Если сосчитать все звёзды, которые расположены в *разных* местах небосвода в подобных окружностях, то границу в том месте, в котором оказалось меньше всего звёзд, надо будет считать самой близкой, а там, где звёзд больше всего, – считать самой отдалённой. И по найденному соотношению между удалением границы и уменьшением числа звёзд следует судить, насколько она дальше. Число звёзд в каждой области небесной сферы равным образом указывает расстояние до границы, и можно будет представить себе очертания пространства, внутри которого содержатся все звёзды.

Представим нити, проведенные из произвольной средней точки во всех направлениях, в которых были сделаны подсчёты, и

отметим на них в произвольном масштабе расстояния до границ. Все полученные точки будут тогда очевидно находиться на поверхности пространства, подобного ограниченному пространству звёздной системы. Будет нетрудно изготовить тело, на поверхности которого лежат все эти точки, т. е. модель нашей звёздной системы.

Каждый сразу же заметит, что полученная таким образом фигура нашей звёздной системы покоится на предположении о равномерном распределении звёзд. Оно может быть верным только *приблизённо*, но верная *в целом* предпосылка не менее интересна, чем недостижимое совершенное представление. И я должен ещё упомянуть, что подсчёты не распространились по всей небесной сфере; в окрестностях обоих полюсов, один из которых (южный) в Европе не виден, их ещё нет.

Гершель обнаружил, а иначе и ожидать было нельзя, что в некоторых местах небосвода звёзд очень мало, а в теснейших частях Млечного пути – так много, что однажды за четверть часа их число по оценке оказалось не менее 116 тысяч. На некоторой поверхности, протяжением равным тому, на котором в беднейшей части неба находилась одна звезда, здесь, в самом тесном месте, их оказалось около 800, и он заключил, что граница в этом месте находится в девять раз дальше, чем там [$\sqrt[3]{800} = 9,28$].

Самым бедным оказалось небо в двух окрестностях, расположенных друг против друга. Отсюда немедленно следовало, что кратчайший отрезок, проходящий сквозь звёздное пространство и точку нашего стояния, соединяет эти окрестности. Примерно перпендикулярно этому направлению располагаются самые длинные расстояния до границ, которые всюду вокруг этого перпендикуляра длиннее наименьших.

В целом пространство, содержащее звёзды, является слоем большого протяжения и значительно меньшей толщины. Довольно близкой к средней части этого слоя с ним соединяется другой, несколько наклонённый к нему и меньшей толщины, но примерно того же протяжения. Точка нашего стояния не очень далеко отстоит от середины всего пространства. Более точно описать неправильную форму пространства можно только рисунком или моделью, я же не смею ничего подобного предпринимать.

Но от описанной заслуги Гершеля я не могу отойти, не обосновав её названия, *величайшей*, которое я раньше употребил. Это название не должно оправдываться тем, что границы, об очертаниях которых он дал нам представление, простираются до неизмеримых далей. Ещё меньше следует здесь ссылаться на восприятие того взгляда, что визирный луч в Млечном пути, проходящий наполненное звёздами пространство, намного длиннее, чем в других случаях. Действительно, самая слабая зрительная труба не оставляет сомнения в том, что свет Млечного пути обусловлен слишком простой причиной, выявление которой не может считаться существенным достижением. Величие заслуги Гершеля я вижу в открытии *ограничения* звёздного пространства,

в *проникновении* вплоть до его границ, в намерении обследовать эти границы и в *исполнении* своих планов.

[12] Мы теперь покидаем большой мир, чтобы посмотреть, как повёл себя Гершель в *малом* мире, в окрестности нашего Солнца. И здесь его имя прославлено прекрасным открытием не только Урана, а затем его спутников, но и открытием шестого, а позднее и седьмого спутника Сатурна.

Но его усилия были направлены на исследование структур тел Солнечной системы, что было облегчено их близостью. Можно было рассматривать даже подробности на поверхностях тел, что побуждало к попыткам что-либо разгадать о них. И здесь мы видим Гершеля в напряжённом исследовании того, что непосредственно познаётся наблюдением, в непрестанной заботе обезопасить себя от заблуждений. И то, что он указывает нам как *виденное*, поэтому представляется наблюдением несомненной значимости, важным вкладом в познание наблюдаемых тел.

Мы также видим его не менее озабоченным объединением всех наблюдений в едином результате. Впрочем, этот результат ни в коем случае не может обеспечить познания физических структур наблюдаемых тел в малейшей степени сравнимого с полнотой нашего знания о Земле.

О вкладе Гершеля в познание тел солнечной системы я скажу только то, что необходимо для обозначения его пути, большего же не позволяет отпущенное время. И я также повторю известное. Побуждённый ранее лунными картами Бера и Медлера, я сообщил вашему высокочтимому обществу интересные сведения о Луне, а затем и о том малом, что нам известно о планетах и Солнце. Наконец, о кометах я также докладывал. Но, даже не учитывая моих сообщений, каждый из вас многое читал о телах солнечной системы, и я опасюсь, что на мне лежит больше ответственности, чем на Гершеле.

По поводу Солнца Гершель подтвердил своими наблюдениями уже сложившийся взгляд, а именно, что источником света является не его твёрдое тело, а окружающая атмосферная оболочка. Он также указал, что для объяснения всех явлений, которые представляют нам пятна и факелы Солнца, следует предположить, что между его телом и световой оболочкой содержится ещё одна атмосфера другого вида, которая светится либо намного меньше, либо совсем нет.

Исходя из поляризации света, Араго доказал, что светящееся Солнце газообразно. Хотя этот свет весьма вероятно объясняется иначе, но и его обоснование не более, но и не менее приемлемо. Он меня обнадежил, что все его соответствующие труды будут вскоре опубликованы.

Исследования Луны у Гершеля гораздо менее обширны, чем у Шрётера, Бера или Медлера. Я только сообщу, что они дали ему основание отрицать атмосферу Луны и что он много раз замечал светлые точки на части Луны, не освещённой Солнцем, и посчитал их пылающими вулканами. Впрочем, это явление позднее было сочтено отражением света Земли, который неизменно освещал многие точки затемнённой части Луны, а

какая-то одна из этих точек при особо благоприятных обстоятельствах блестела и могла казаться такой яркой, как виденные Гершелем вулканы.

[13] Гершель видел полный оборот Меркурия около Солнца и не заметил ни при его заходе за Солнце, ни при выходе из него ничего, что могло бы указывать на преломление лучей на планете, т. е. на существование атмосферы у этой планеты. Всё это полностью подтвердилось при таком же явлении, которое наблюдалось здесь и приобрело необычно большой вес ввиду редких благоприятных сопутствующих обстоятельств¹⁰. Что же касается сказанного про горы, атмосферы и заметных пятен на планетах, то это не касается Гершеля.

На Венере Гершель, правда, заметил пятна, но не столь отчётливые, чтобы можно было бы по ним обосновать определение периода её обращения около своей оси. Подобные пятна под чистым небом Италии были обнаружены в начале XVIII в. и недавно вновь замечены, притом более чётко. Кроме того, наблюдения Венеры Шрётером были полнее, чем у Гершеля. Происшедшая вначале перебранка между наблюдателями в Слау и Лилиентале [между Гершелем и Шрётером] неблагоприятно отразилась на продолжительном исследовании Венеры Гершелем. Их спор легче объяснить, чем оправдать.

На Марсе имеются весьма заметные пятна, и тёмные, и светлые. Гершель наблюдал их очень тщательно и определил не только период обращения Марса около своей оси, но и её положение. Тёмные пятна он посчитал неровностями твёрдой поверхности планеты, светлые же имелись лишь у полюсов и изменялись с сезонами Марса и казались схожими с полярными районами Земли. Другие видимые изменения на поверхности тоже напоминали подобные воздействия нашей атмосферы. Всё это, взятое совместно, указывало на настолько полную аналогию между Марсом и Землей, насколько это было видно в телескоп.

Исключительная малость четырёх новых планет, *Цереры*, *Паллады*, *Юноны* и *Весты*, явилась причиной того, что телескоп отличает их от звёзд только по их несколько спокойному свету¹¹. Сразу после их обнаружения некоторые астрономы усмотрели их различные особенности, а размер их дисков преувеличили на многие секунды. Гершель как всегда озабоченный предохранением от заблуждений и не заметив никаких особенностей, по крайней мере не заметил их уверенно, а диаметр[ы] преувеличил лишь на несколько десятых долей секунды. Позднее, не предпринимая новых методических исследований, астрономы заметили, что нет никаких причин для сомнения в верности описаний Гершеля.

Среди тёмных и, как известно, изменяющихся пятен на так называемых полосах Юпитера Гершель заметил подвижные и как бы текущие облака. Но при длительном прослеживании спутников этой планеты он вывел очень определённый результат. Оказалось, что они имеют то же свойство, что и наша Луна; их периоды обращения около собственных осей и около Юпитера совпадают. Тем же свойством обладает по меньшей мере самый

внешний спутник Сатурна, и оно, это свойство, представляется общим для всех спутников.

На Сатурне Гершель обнаружил странность, а именно не один наибольший диаметр в плоскости экватора, а два наибольших примерно на широте 46° . Эту весьма необычную форму¹² он объяснил действием притяжения колец на ещё жидкую планету. Но я теоретически исследовал это притяжение и не смог обосновать его мнение¹³, а измеряя диаметры планет гелиометром, не смог подтвердить сам замеченный факт¹⁴. Он, видимо, оказался результатом заблуждения. Гершель, как я уже заметил, не обманулся бы, не будь его средства измерения много хуже возможностей наблюдения.

На теле Сатурна Гершель разглядел пять полос, подобных тем, которые имеются на Юпитере. Они показались ему переменными и указывающими на существование атмосферы Сатурна. На кольцо планеты Гершель заметил очень интересное явление. Уже старший Кассини увидел тёмную полосу на кольце, которое состояло из двух неравных частей, двух колец, внешнее из которых было тоньше внутреннего, разделёнными промежутком [делением Кассини].

Этот факт подтвердил и существенно уточнил Гершель. Линию Кассини на обеих гранях кольца¹⁵ он наблюдал до и после прохода Земли через его плоскость. Тем самым он определённо показал, что Сатурн имеет два кольца, лежащие в одной и той же плоскости. Многие другие разрывы кольца указали и он сам, и предшествовавшие наблюдения Шорта и последующие наблюдения Кэтера и Энке. Эти разрывы обнаружили себя многими более тонкими линиями, чем замеченные Кассини, и поэтому не всегда заметными даже при благоприятных условиях.

Последнее не свидетельствует против существования разрывов, ибо уже Лаплас заметил, что различные кольца расположены не совсем в одной и той же плоскости и линии разрывов не должны быть всегда видимы. Когда Земля проходит через плоскость колец, они обращаются к нам ребром и непременно полностью исчезают из вида. Именно поэтому стало известно, что они очень тонки. Но телескоп Гершеля был достаточно мощен, чтобы в 1789 г. показать самую внешнюю тонкую линию колец. Он различил на них и выдающиеся точки, которые обращались около своих осей и поэтому позволили определить это вращение. Наконец, здесь находятся два ближайших спутника Сатурна, слабость света которых (главным образом, одного из них) может преодолеть только мощный телескоп.

На далёком Уране никакие особенности не известны, хотя Гершель однажды заметил очень тонкие лучи, взаимно перпендикулярно исходящие из него. Будь они видны постоянно, он посчитал бы их следами *двух* колец. Спутники этой планеты относятся к самым малым из них. Гершель уверенно открыл два из них, но временами замечал другие крохотные светящиеся точки, которые могли указывать на существование ещё четырёх спутников.

Первым, кто после Гершеля заметил спутники Урана, был его сын, который наблюдал их примерно на десять лет позже отца. Затем их наблюдал заслуженный директор Мюнхенской обсерватории Ламонт при помощи телескопа с ахроматическим объективом с отверстием 10,5 дюйма [26,7 см]. Орбиты этих спутников обладают особенностью: они пересекают орбиту Урана почти под прямым углом, хотя во всех остальных подобных случаях пересечения происходят под намного меньшими, и обычно очень малыми углами.

[14] Темы основных трудов Гершеля, относящихся к солнечной системе, я, можно сказать, лишь перечислил и мог только иметь в виду намёк на их разносторонность. Поскольку он исследовал все планеты, нельзя сомневаться в том, что загадочная структура комет ещё больше возбуждала его любознательность.

За время его научной жизни появилось много небольших комет. Одна из них, в 1807 г., была бóльших размеров, и ещё одна, в 1811 г., – из самых крупных, но кометы Галлея среди них не было. Не было той, которая не только помогала решать появившиеся загадки, но и намекала на их решение.

Но нельзя сказать, что кометы, которые наблюдал Гершель, могли бы оказаться лишь бесплодным фундаментом его исследований, хотя единственным результатом было отсутствие у всех из них твёрдого ядра. Ни одна из них не была видна достаточно чётко, и их наблюдения могли послужить только дополнением к позднейшим более полным представлениям о них. Более подробно рассказывать о кометах я не могу по той же причине, по которой смог лишь бегло упомянуть о Солнце и планетах солнечной системы. Поэтому одно лишь упоминание комет можно представить только как пополнение доказательства того, что исследования Гершеля распространились на всё, что в его время и на месте его работы было видно на небе.

[15] Что я хотел бы скорее наглядно показать, чем полноту его исследований, это способ его работы, неизменно основанный на его дневнике. В нём видны его размышления, но он никогда не упускал из вида оковы, которые накладывали на него наблюдения. Если он не мог считать что-то несомненно доказанным наблюдениями, он либо молчал, либо требовал, чтобы возможно верное объяснение не представлялось результатом. Следы его мыслей часто опознаются по направлению, которое он отыскивал для своих наблюдений, но эти мысли не мчались безрассудно, а сдерживались, что и было ценно.

Я описал исследования Гершеля и надеюсь, что тем самым дал более чёткое представление о нём самом. Бесцельными и безуспешными мне кажутся потуги его биографов показать, что он обладал такими качествами или познанием, которые не проявляются в его достижениях. Кто, чьи глаза восторгаются бронзовой статуей, спрашивает про формовочный песок, в котором она была отлита? Но целая гора песка не является причиной появления статуи, скульптор же всюду найдёт нужный ему песок¹⁶.

Кроме достигнутых успехов [в астрономии] Гершель имеет заслугу прекраснейшего и плодороднейшего открытия особого теплового спектра, который сопровождает ньютонов спектр, но не исчезает вместе с ним¹⁷. Есть у него и математический успех, мемуар о колебании струны, нагруженной малыми телами. Я не видел его и не могу сказать, каков его математический уровень. Пусть он будет выше или ниже в соответствии с пределами возможности Гершеля, но занимаемое им место он заслужил своими *исследованиями неба*, а не чем-то иным, которое не имело никакого влияния¹⁸.

Область астрономии, которую он сделал своей, необходимо соприкасается с математикой лишь в начальных основах¹⁹. Из работ Гершеля не следует, что он обладал особой склонностью к математическим исследованиям. Скорее напротив, потому что он не воспользовался побуждениями к ним, которые могли предоставить ему его труды.

Гершель, *исследователь строения мира и его частей*, не нуждается ни в каких украшениях, кроме тех, которые придавали ему его *результаты*. Только их он хотел добиться, и добился. Воодушевление устремляло его вперёд. Ни на трудности, ни на даль пути, который вёл к ним, он не обращал внимания. Он понимал свою настойчивость, и его мужество опиралось на мощь преодоления каждого препятствия. Таков человек, чей портрет я хотел вам показать.

Примечания

1. Гершель увидел диск планеты ... Это либо невежество, либо преднамеренный обман. На самом деле Гершель увидел движущееся тело, и в этом заключалось его важнейшее достижение (Guzzardi 2014, с. 457). Но никакого диска он не заметил и решил, что найденное им тело – комета. Позднее несколько астрономов доказали, что Уран – планета, и важнейшим из них был Лексель (там же, с. 445). Всё это было известно уже в то время.
2. Вот текст Бесселя (с. 469): *Er scheint Kraft und Zeit nicht verwandt zu haben*.
3. Описание гелиометра в БСЭ (3-е издание, т. 6, 1971) не соответствует его применению, указанному в тексте.
4. Каролина Гершель умерла в 1848 г., в возрасте 98 лет.
5. Здесь и несколько раз ниже Бессель упоминает другие свои доклады в Физико-экономическом обществе Кенигсберга, которое он называет просто Физическим. Несомненно, что Бессель активно сотрудничал в нём. См. также [ix].
6. Годичные повторения вызываются обращением Земли около Солнца, но их влияния во времена Гершеля нельзя было установить.
7. По нашим подсчётам (Шейнин 2000, § 5) соответствующая вероятность равна 1/761,000.
8. См. Прим. 6.
9. Бессель нигде чётко не различает вселенную и Млечный путь и видимо неизменно имел в виду Млечный путь. Он мог бы сослаться на *Космологические письма* Ламберта 1761 г. (Wolf 1860, § 6), который отнёс Млечный путь к системам третьего порядка, а мыслимое множество Млечных путей – к системе четвёртого порядка.
10. См. Bessel (1832). Редактор *Трудов* Бесселя.
11. *Несколько спокойный* свет малых планет: мерцание характерно только для звёзд.
12. Каким образом два диаметра планеты находились на одной и той же широте?
13. См. статью Бесселя в *Monatl. Corr.* Редактор *Трудов* Бесселя.

14. См. Bessel (1835). Редактор *Трудов* Бесселя.
15. Было указано два кольца, теперь же упомянуто одно-единственное.
16. Аналогия с формовочным песком не очень понятна.
17. Ньютон наблюдал разложение пучка белого цвета при его прохождении через призму, а Гершель открыл инфракрасное излучение.
18. Открытие инфракрасного излучения не могло не иметь влияния.
19. Бессель конечно же не утверждал, что астрономия в целом мало соприкасается с математикой.

Краткие сведения об упомянутых лицах

Лексель Андрей Иванович, 1740 – 1784, астроном
 Argelander Friedrich Wilhelm, Фридрих Вильгельм Аргеландер, 1799 – 1875, астроном
 Bayer Johann, Иоганн Байер, 1572 – 1625, юрист, составитель звёздных карт
 Beer Wilhelm, Вильгельм Бер, 1797 – 1850, бизнесмен, политик, любитель астрономии
 Encke Johann Franz, Иоганн Франц Энке, 1791 – 1865, астроном
 Herschel Caroline, Каролина Гершель, 1750 – 1848, астроном
 Cassini Giovanni Domenico, Джованни Доменико Кассини, 1625 – 1712, математик, астроном, астролог, инженер
 Kater Henry, Генри Кэтер, 1777 – 1835, физик
 Mädler Johann Heinrich von, Иоганн Генрих фон Медлер, 1794 – 1874, астроном
 Messier Charles, Шарль Мессье, 1730 – 1817, астроном
 Flamsteed John, Джон Флемстид, 1646 – 1719, астроном, первый королевский астроном
 Short James, Джеймс Шорт, 1710 – 1768, математик, оптик
 Schröter Johann Heronymus, Шрётер (1745 – 1816), астроном

Библиография

- Струве В. Я.** (1847, франц.), *Этюды звёздной астрономии*. Без места, 1953.
- Шейнин О. Б., Sheynin O. B.** (1984), On the history of the statistical method in astronomy. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 29, pp. 151 – 199. **S, G**, 30.
- (2000), Bessel: some remarks on his works. *Hist. Scientiarum*, vol. 10, pp. 77 – 83.
- Bessel F. W.** (1832), Beobachtungen des Mercur durch die Sonne. *Astron. Untersuchungen*, Bd. 2. Königsberg, 1842.
- (1835), Bestimmung der Lage und Größe des Saturnringes und der Figur und Größe Saturns. *Astron. Nachr.*, Bd. 12, NNo. 274, 275.
- (?), Beobachtungen der Juno und Ceres. *Monatl. Corr.*, Bd. 14, p. 192 –
- Guzzardi L.** (2014), Sharing discoveries. Boscovich's network and the discovery of Uranus. *Arch. Intern. d'Hist. des Sciences*, t. 64, No. 172 – 173, pp. 493 – 461.
- Herschel W.** (1912), *Scientific Papers*, vols 1 – 2. London, 2003.
- Wolf R.** (1860), Joh. Heinrich Lambert von Mühlhausen. *Biographien zur Kulturgeschichte des Schweiz*, 3. Cyclus. Zürich, pp. 317 – 356. **S, G**, 34.

VIII

Ф. В. Бессель

Письмо Дж. Ф. У. Гершелю 22 янв. 1844 г.

F. W. Bessel, Letter to Sir John Frederic William Herschel 22 Jan. 1844.
London, Edinb. and Dublin Phil. Mag., vol. 25, 1844, pp. 227 – 229.
Translated from German by Sir John Herschel

Думаю, что Вам или кому-либо из Ваших астрономических друзей, которые имеют дело с меридианными кругами, может быть интересно будет узнать про результат моего теоретического исследования. Оно имело целью определить влияние силы тяжести на форму, а потому и на деления круга, закреплённого в вертикальной плоскости. Это влияние, очевидно, состоит в том, что радиусы в верхней части круга укоротятся, а в нижней части – удлинятся, и все они, за исключением вертикальных, согнутся вниз.

Эти изменения, величина и закон которых должны зависеть от устройства данного круга, в двух известных мне случаях кругов Репсоляда оказались ощутимыми. Каждый из этих двух изготовленных им инструментов имел два круга, расположенных на противоположных концах оси и отсчитываемых четырьмя микроскопами.

При повороте инструмента на 180° отсчёты по его кругам изменились. Это означает, что предположение о незначительном изменении, или о том, что влияние силы тяжести на круг исключается [в среднем] из четырёх отсчётов, необоснованно. Поэтому должна существовать причина для опасений в том, что вообще каждый круг измеряет зенитное расстояние с ошибкой, вовсе не неощутимой сравнительно с существующими средствами визирования трубы меридианного круга в данном направлении и отсчётами по кругу.

Это влияние необходимо определить с таким приближением, чтобы судить о возможности получать результаты измерений свободными от него. Поэтому я начал решать следующую задачу статики: *определить фигуру равновесия круга, помещённого в вертикальной плоскости.*

Ясно, что эта задача довольно сложна. Если круг имеет m радиусов, каждая пара которых соединена друг с другом не только кольцевым ободом, но и непосредственно, то (для обоих кругов) существует агрегат из $4m$ упругих гибких линий, для определения которого потребуется $3 \cdot 4m = 12m$ констант. Кроме того, следует учесть ещё $6m$ неизвестных, а именно координат каждой точки, в которой соединяются две или более прямые, и направление линий по отношению к ним. Иначе говоря, три неизвестных для каждой из $2m$ точек.

Таким образом, оказывается $18m$ неизвестных, а в случае репсольдовых кругов с 10 радиусами, 180. Уравнения, необходимые для их определения, будут выведены из условия, что сумма сил, действующих не только на эти точки, но и на

каждую точку прямой и возникающих ввиду силы тяжести и на соединения различных частей, находится в равновесии.

Общее решение этой задачи, которая не ограничивается ни предполагаемой симметрией формы, массы или гибкости, ни отсутствием первоначального напряжения между различными частями целого, может быть сведено, как я обнаружил, к решению 3-х линейных уравнений, а в предположении симметрии, к трём таким уравнениям. Но это последнее предположение вряд ли соответствует какому-либо конкретному случаю. Вряд ли также, что мы когда-нибудь узнаем про отклонения от фактической симметрии, которая требуется, чтобы вывести искомое влияние в числах.

Вот найденное мной общее предложение о законе указанного влияния, не ограниченное никаким частным предположением. Обозначим через u угол между начальным радиусом круга и вертикалью, а угол между этим радиусом и штрихом [лимба] через v . Тогда изменение угла, вызванное силой тяжести в вертикальной плоскости круга, выразится выражением

$$f(v)\cos u + f'(v)\sin u,$$

где $f(v)$ и $f'(v)$ это функции v , независимые от положения начального радиуса и зависящие только от устройства круга.

Это предложение существенно для практического астронома. Мы легко выводим из него, что влияние силы тяжести на зенитное расстояние полностью исключается, если оно, это расстояние, определяется как среднее из четырёх наблюдений, а именно, наблюдения самого объекта и его отражения от горизонтального зеркала, повторенные при противоположных положениях оси инструмента.

Из этого же предложения мы так же легко выводим метод наблюдения для определения погрешностей делений лимба, при котором результат также не зависел бы от влияния силы тяжести. Отсюда же следует, что астроном, применяющий [меридианный] круг, имеет возможность получать результаты, полностью независимые от влияния силы тяжести, и что при применении этого метода результаты, полученные различными инструментами, должны в точности совпасть (?). Равным образом следует заметить, что возможность изменять положение оси инструмента на противоположное является преимуществом, с которым связана независимость зенитных расстояний от влияния силы тяжести. При отсутствии такой возможности подобная независимость не может быть достигнута.

Хоть это практически и бесполезно, но быть может не лишено интереса исследование численного результата, к которому только что разработанная теория приводит в частном случае в предположении симметрии. Я выбрал случай, соответствующий размерам моего трёхфутового круга Репсольда, и обнаружил, что один из его радиусов, направление которого соответствует зенитному расстоянию z , уклоняется от своего направления в исходной точке примерно на $-0''{,}2274\cos z$. На конце его дуги его

уклонение от направления в исходной точке составляло $0,5124 \sin z$.

Хотя предположение о симметрии, от которого зависят эти результаты, вероятно верно лишь по отношению к внешней форме некоторых частей инструмента в целом, это выражение может дать представление о возможных пределах влияния силы тяжести. Оценить его мы не можем ввиду сложности задачи.

Вы можете легко предположить, что только что полученный вывод, а именно, что достижение любой требуемой степени точности результата зависит только от наблюдателя, представляется мне сильнейшим доводом в пользу усердных наблюдений. Во время незабываемых дней, которые я провёл с Вами в Коллингвуде, Вы выразили мнение, что возможность достичь цели в любом деле сама по себе достаточна, чтобы оно стало в высшей степени привлекательным.

Полный текст статьи автора был опубликован посмертно:

Bessel F. W. (1846), Über die aus der Schwere hervorgehenden Veränderungen, die der Kreis eines astronomischen Instruments in der lotrechten Lage seiner Ebene erfährt. *Abhandlungen*, Bd. 2. Leipzig, 1876, pp. 182 – 203.

IX

Ф. В. Бессель

Об исчислении вероятностей

F. W. Bessel, Über Wahrscheinlichkeits-Rechnung.
Populäre Vorlesungen über wissenschaftliche Gegenstände.
Hrsg. H. C. Schumacher. Hamburg, 1848, pp. 387 – 407

Поскольку я имею в виду рассказать уважаемому Физическому обществу об исчислении вероятностей, то должен буду предположить такой интерес к этой теме, присущий исключению из легко выводимого по опыту правила: никакие исчисления, ни их результаты не подходят для устного доклада. Я действительно так и предполагаю. Если какой-либо вид математического рассуждения находится в частом соприкосновении со всей областью нашего знания, с житейскими случаями, то это математическое исследование вероятности. Ясно, что человек не привык рассматривать многие вещи с этой точки зрения, но легко доказать, что те же самые законы, которым подчиняется игра в кости, весьма существенны в мире и что человек часто испытывает удар там, где меньше всего ожидает его.

Знание подразделяется на две части, основанные, соответственно, на достоверности и на вероятности. *Достоверно* только то, что представляется непосредственным наблюдением или выводится из него цепочкой верных, в основном математических выводов. Напротив, *вероятно* то, что становится известным по свидетельству или по следствиям из наблюдений, верность и недвусмысленность которых не может быть строго обоснована.

Первая часть широка; она включает всё царство математических истин, неисчислимо множество фактов, которые предлагает нам природа, и события, происходящие у нас на глазах. Но и вторая часть велика. Она включает все предстоящие события, в суть законов которых мы не можем проникнуть. К ней относятся факты, которые указывает история, в ней же находятся исходы бросков игральной кости и судьбы народов.

Многое лишь *вероятно* в обычной жизни считается *достоверным*, причём неизменно в тех случаях, вероятность которых очень высока. *Достоверным* считается, например, что был человек по имени Юлий Цезарь, потому что это подтверждается многими заслуживающими доверия свидетелями и связью его жизни с другими событиями. Сомнительно и даже неправдоподобно, что было семь римских королей, потому что в этом случае свидетели менее достойны доверия, и к тому же искомая вероятность их существования существенно снижается ввиду других обстоятельств.

И всё же наши сведения о Цезаре оказываются *того же вида*, как и о семи королях, и они отличаются друг от друга лишь по степени их убедительности. Знание о королях столь шатко, что

мы не верим в них, не смеем в них верить, а сведения о Цезаре настолько прочны, что любое сомнение в нём представляется неразумным. В строгом смысле, однако, его существование лишь *намного правдоподобнее*, чем существование королей.

Сомнение в жизни Цезаря нельзя считать более неразумным, чем ожидания случайного появления одного-единственного белого шара из урны, содержащей кроме того несколько миллионов чёрных шаров. Оно, это сомнение, в действительности не неразумно, но оказывается *чрезвычайно слабым*. В обычной жизни подобными малыми степенями неуверенности совершенно пренебрегают, однако чаще появляются более серьёзные сомнения.

Так где же граница, где степень вероятности, при которой оба [?] события оказываются *достоверными*? Будь возможно установить эту степень, каждому событию была бы приписана верная категория и можно было бы в числах указать, какое толкование *более вероятно*. Однако, в истории и вообще во всех вещах, для которых нельзя указать числовые соотношения, степень вероятности установить трудно. По поводу исторических фактов можно установить их даты, но никогда не удаётся приписать им другое число, обозначающее их вероятность.

Напротив, существует очень много вещей, чьи вероятности можно измерить, и я кое-что скажу о том, какие средства для этого применяются. Вся теория вероятностей основана на том, что обычно называется случаем. Выпадет ли подброшенная монета на ту или эту сторону? Исход броска мы принимаем за действие случая. Но, обдумывая это, легко заметить, что исход должен определяться действием какой-то причины; *произвол* так же мало может определить движение монеты, как вращение Юпитера вокруг Солнца. Подбрасывание монеты уже определяет его исход, притом ясно, что малейшее изменение в этом подбрасывании достаточно для того, чтобы она выпала иначе и что весьма малое изменение в следующем подбрасывании снова приведёт к изменению исхода и т. д.

Изменения в условиях броска столь незначительны, что мы их не улавливаем, и при очень большом числе бросков наши чувства не в состоянии их учитывать. Поэтому мы не можем осуществить или предсказать тот или иной результат броска, и для нас он по этой причине подчиняется *случаю*, что и придаёт смысл указанному термину. Мы неизменно говорим о случае, если не можем представить себе, как связано некоторое последствие с предшествовавшей причиной, если эта связь неизвестна, если возможных причин так много, что мы не можем отделить одну от другой и выявить их действие.

Для отыскания примеров, поясняющих понятие случая, далеко ходить не нужно. *Каждое* событие, к которому мы не можем подойти вычислением или обосновать которое иными заключениями мы не в состоянии, *называется* случаем. Это пояснение теряет смысл, как только нам удастся установить связь события с причинами. Гроза, затмевающая солнце, называется случаем, но затмение Солнца Луной не случайно.

Причина первого события нам неизвестна, а причина второго хорошо изучена, хотя было время, когда и затмения считались случайными.

Многие события, которые сегодня называются случайными, теряют это название, да и вообще ясно, что оно относительно. Когда *Ньютон* начал освещать мир, многое ушло из тёмного царства случая. Новый *Ньютон* выявит причины других вещей, и можно *представить себе* такой разум, для которого останется лишь немного случайного. Я не утверждаю, что этот разум будет человеческим, но если человеку удастся прояснить всё тёмное, то до этого более серьёзное изучение случая окажется очень интересным.

Только таким путём мы сможем судить о достоверности исследуемых событий, причины которых нам неизвестны, но которые, в соответствии с опытом, всё же подчиняются определённым законам. Мы не относим к порождающим их причинам те вещи, которые полагаются подчинёнными случаю, а естество этих вещей не рассматривается и считается безразличным. И поэтому отыскивались средства для суждения о так называемых случаях *вообще*, чтобы неизменно находить им какое-то применение.

Подобное средство было найдено в сравнении случая с игрой в кости вообще. Первым оказался *Якоб Бернулли*, который в 1713 г. проложил этот путь в своём *Искусстве предположений* и тем самым стимулировал последующие математические исследования. Опубликованный несколько лет назад великий труд *Лапласа*¹ позволил иметь все их результаты перед глазами.

Можно представить себе игральную кость с тремя, четырьмя, ..., гранями. Если одна из них чёрная, а остальные белые, то ясно, что чем больше граней, тем менее вероятно выпадение чёрной. При двух гранях вероятности их выпадения очевидно совпадают, и наверняка проиграет тот, кто при большом числе испытаний уплативает 2 талера при выпадении чёрной грани и получает талер при другом исходе.

В этом случае, т. е. для кости с двумя гранями, вероятность каждого исхода разумно считается одной и той же. Напротив, для кости с тремя или более гранями белая грань будет выпадать чаще, чем одна-единственная чёрная. [...]

Рассмотрение подобных случаев приводит к установлению степеней вероятностей. [...] Вещи, чья вероятность хоть немного ниже $1/2$, являются маловероятными; другие, чья вероятность выше $1/2$, называются вероятными. Чем больше вероятность уклоняется от $1/2$, тем вероятнее или маловероятнее вещь. Таков способ точно судить о вероятности или маловероятности события, однако его применение обычно приводит к серьёзным и часто непреодолимым трудностям, поскольку часто нет тех данных, от которых зависит суждение.

Если у игральной кости 7 белых и 5 чёрных граней, то их вероятности будут равны $7/12$ и $5/12$. При многих тысячах бросков соотношение количеств соответствующих исходов будет тем ближе к $7/5$, чем больше было этих бросков. Если же число

белых и чёрных граней неизвестно, то по очень большому числу бросков можно тем увереннее, чем больше было бросков, положить, что соотношение этих чисел равно $7/5$.

Итак, существуют два способа определять числа белых и чёрных граней. Один из них состоит просто в их подсчёте на самой кости, второй – по наблюдению исходов бросков. Я надеюсь, что уважаемое Физическое общество извинит меня, если я рассуждаю об этом довольно пространно. Было совершенно необходимо подчеркнуть действительно существующее отношение исчисления вероятностей с происходящими событиями. Если теперь рассмотреть сказанное в более общем смысле, то неизвестные числа белых и чёрных граней укажут неизвестные для данного события благоприятные и неблагоприятные причины. Соотношение этих причин в общем окажется соотношением соответствующих исходов. [...]

Если 100 раз атмосферное давление упало на полдюйма ниже своего среднего уровня, и 60 раз при этом произошла буря, то вероятность бури в таких случаях будет равна $6/10$. Бурю, следовательно, должно считать вероятной, хоть её связь с атмосферным давлением совсем неизвестна. И кроме того мы заключаем, что в 10 подобных случаях бурю следует ожидать 6 раз.

Ясно, что подобное определённое указание вероятности интересно и полезно, если учесть, что большинство действий, с которыми мы имеем дело, происходит не *достоверно*, а лишь с более высокой или более низкой вероятностью. Чтобы пояснить это примером, представим себя шкипером, который знает по опыту, что буря приносит ему убыток, к примеру, в 100 талеров. Если, далее, он сегодня не выйдет в море, то должен будет уплатить 50 талеров за задержку. И если барометр упал на полдюйма, то следует ли ему уплатить эти 50 талеров или подвергнуться опасности бури?

Полагаю, что голоса разделятся. Некоторые предпочтут сомнительную опасность достоверной потере, другие скорее заплатят 50 талеров, чтобы в неблагоприятном случае не потерять 100. Правы, однако, последние. При вероятности бури, равной $6/10$ и их ожидаемом числе, равным 6, потеря окажется равной 600 талерам, т. е. 60 талерам в каждом случае. Есть поэтому смысл избежать этой потери, каждый раз уплатив 50 талеров.

Встречается немало действий, которые должны основываться на подобных рассуждениях, однако они обычно рассматриваются, исходя из более или менее ненадёжных оценок, частично потому, что истинные основания суждений недостаточно чётко разработаны, а частично ввиду того, что факты, которые могли бы устанавливаться по опыту, не объединяются должным образом по мере и числу.

Тот принцип, что вероятность связи двух событий может быть найдена по подсчёту наблюждённых случаев, может иногда завести слишком далеко. Но я полагаю, что следует обратить внимание на то, что этот мощный источник познания слишком редко применяется в обычной жизни, и что поэтому очень часто

появляется сомнение о вероятности или неправдоподобности событий. А ведь по обычным аккуратным наблюдениям, т. е. по реальному подсчёту благоприятных и неблагоприятных случаев, можно определённо заявить, что существует достаточно оснований либо в пользу событий, либо против них.

В этом вопросе математики очень существенно продвинулись и отыскиали средство устанавливать надёжность события, которое считается вероятным по наблюдениям. Эта надёжность повышается с числом наблюденных случаев. Если подбросить кость с семью белыми и пятью чёрными гранями только 100 раз, то надёжность соотношения соответствующих чисел бросков, очень близкого к $7/5$, окажется существенно ниже, чем при 1000, 10 000 или 100 000 бросках. И можно подсчитать, насколько будут полученные результаты надёжнее, и как столь сильно повышается надёжность, что границы вероятных ошибок² быстро станут так близки друг к другу, что выведенные соотношения не будут заметно отличаться от истинных.

Если желательны наблюдения с чётко известной надёжностью, то проверка достигнутого возможна только в соответствии с этой теорией [с этими рассуждениями]. Лишь в последние годы научились извлекать из неё немалую пользу, и я вряд ли ошибусь, если предположу, что через какое-то время первая глава каждого учебника опытных наук будет посвящена приложению исчисления вероятностей к искусству наблюдения.

Конечно, данные для подобного приложения найдутся не сразу; легко показать, что многое, которое мы сейчас называем наблюдениями, вряд ли заслуживает этого названия. Новые наблюдения требуют времени, часто очень длительного времени. В медицине, народном хозяйстве и в подобных областях, в которых, как правило, многочисленные случайности сильно искажают результаты³, только позднее можно будет надёжно представить себе, что должно быть собрано для того, чтобы доверить результату.

Можно проверить, на какой ступени доверия находится многое, которое в обычной жизни считается выведенным из опыта, по ежедневно происходящим и проверяемым, но совершенно ошибочным данным. Так, каждый считает, что полнолуние изменяет погоду, и полагает, что проделал по этому поводу многочисленные наблюдения, но всё же нет ничего менее обоснованного, чем это утверждение. Это было доказано действительными подсчётами, проведенными в течение 50 лет.

Другой пример легковерия к событиям, будто бы выведенным из наблюдений, мне представляется ещё более достопримечательным. В Сен-Мало, где размах приливов и отливов необычно велик, считается, что люди умирают только при отливах. Это исключительное явление можно было проверить сотни лет назад, но в нём никто не усомнился. Наконец, Парижская академия наук послала туда комиссию для проверки, и оказалось, что люди умирали и при приливах, и при отливах. По свидетельству церковных книг, в течение ста лет ни приливы, ни отливы не влияли на смертность.

Я считаю эти примеры весьма примечательными. И не нужно искать слишком далеко, чтобы отыскать подобные же, притом относящиеся к более важным обстоятельствам. Но если бы при наблюдениях руководствовались исчислением вероятностей, то не только выяснили бы, что многое, во что сейчас верят необоснованно, но сквозь тучу случайностей усмотрели бы ныне совершенно неизвестные закономерности, которые не столь заметны и не проявляются в какой-то степени сами по себе.

Что сказано здесь в общем, уже нашло очень интересные применения в астрономических наблюдениях и исследованиях. Вот несколько примеров. Пусть произведено одно наблюдение, например, зенитного расстояния звезды. Результатом будет лишь приближение. Чем совершеннее инструмент, чем внимательнее и искуснее наблюдатель, тем лучшим окажется это приближение, но истина никогда не будет достигнута. Инструмент всегда несколько несовершенен, существуют и погрешности, вызванные нашим зрением, хоть оно и усилено громадным оптическим увеличением, обусловленные колебанием воздуха, [недостатками] освещения делений [лимба] и неисчислимым количеством возможных мелких причин, хоть учесть их влияние и невозможно.

Всё это может быть выявлено. Если завтра повторить сегодняшнее наблюдение, то результат окажется немного иным, а послезавтра он опять изменится. У праотцов астрономии эти изменения составляли полградуса, во времена Тихо – несколько минут, а ныне, пользуясь вспомогательными средствами⁴, подобными тем, которые имеются на моей обсерватории, можно с изрядной уверенностью считать, что завтрашнее наблюдение не отклонится от сегодняшнего более, чем на секунду [дуги].

Несмотря на эту высокую точность, я могу утверждать лишь так же слабо, как мог бы Тихо, что наблюдение является не только приближением.

Но мы отыскиваем истину. Какие же наблюдения принять, сегодняшние или завтрашние? Если оба одинаково ошибочны, то нет причин для предпочтения того или другого. Поэтому берут среднее из всех, и это предписание можно строго обосновать, хоть великий Ламберт и возразил против него⁵. Но выводимое среднее всё же никогда не является истинным значением, поскольку отличается от него на неизвестную величину. Вероятность отличия [заданной величины] тем ниже, чем больше число наблюдений и чем совершеннее вспомогательные средства.

Без вычислений заметно, что ряд наблюдений, которые значительно и чаще отличаются от своего среднего значения, обеспечивает менее надёжный результат, чем другой ряд, отклонения наблюдений которого от своего среднего заключены в более тесные пределы. Но исчисление вероятностей позволяет более определённо судить об этом. Оно учит, как следует определять добротность наблюдений по указанным отклонениям; определяет пределы, внутри которых погрешности находятся с той же вероятностью, что и вне их. Эти пределы называются *вероятной* ошибкой наблюдения⁶, и только она указывает как можно точно сравнивать два ряда наблюдений и их результаты.

С этой точки зрения дело идёт уже не об истинности астрономических определений; мы отыскиваем и находим лишь вероятные результаты. Среди различных определений одной и той же величины лучшим считается то, вероятности которого можно придать наивысшее значение. Если продолжать эти рассуждения, они приведут нас по верному пути к намного более трудным случаям, при которых речь идёт не об исходных наблюдениях, а лишь о выводимых результатах.

Орбита небесного тела определяется тремя полными наблюдениями, но если таких наблюдений сто, то она может соответствовать этим или тем трём. Ясно, что наблюдения неизменно обеспечивают только приближённую орбиту, притом изменяющуюся с каждым сочетанием трёх наблюдений, так какую же орбиту следует выбрать?

Ответ на этот вопрос предоставляет исчисление вероятностей. Оно указывает, что из неизмеримого количества возможных орбит следует выбрать наиболее вероятную. Оно не оставляет места ни для какого произвола, тогда как до разработки исчисления вероятностей вычислитель в соответствии со своей осмотрительностью и сноровкой должен был довольствоваться выводом чего-то, в той или иной степени соответствующего наблюдениям. Теперь же он имеет полную возможность определять то *лучшее*, которое вполне методично выводится из них.

Тем самым вычислитель становится известным своей сноровистостью; в противном же случае, даже если ему удастся [вычислить орбиту], очень хорошо соответствующую наблюдениям, славы он не удостоится. [Мало того,] если он не достигнет наилучшего возможного, его начнут упрекать. Сколько в таком случае потеряет астроном, столько же выиграет астрономия, и нельзя сомневаться в том, что ввиду применения этого изобретения (?) наблюдениям назначаются совсем иные веса, а ежегодные успехи астрономии могут превзойти, и действительно превосходят достижения, возможные ранее за 10 лет.

И всегда может быть найден такой результат, который, как можно доказать, следует предпочесть любому иному, основанному на тех же наблюдениях. И кроме того можно установить его остаточную вероятную неопределённость. По сути дела недостаточно иметь возможность утверждать, что некоторый результат является *вероятнейшим* из всех, которые могут быть выведены из данного ряда наблюдений: ещё неясно, будет ли он сам по себе вероятным⁷. Ясно, что даже это вероятнейшее определение отклоняется от истины, и, если желательно иметь перед глазами [меру] доверия, приписываемого этому определению, необходимо указывать вероятные границы указанного отклонения.

Пусть кто-то определил период обращения некоторой кометы, равный 100 годам при вероятной неопределённости в 1/4 года, другой же астроном, соответственно, 102 года и 1 год. Выбор между этими определениями уже не произволен, и безусловно

следует предпочесть первое из них. При одном из первых приложений подобных рассуждений я указал, что вероятнейшее возвращение кометы Ольберса произойдёт 9 февраля 1887 г. с вероятной ошибкой 101 дней⁸, так что период времени, в течение которого следует ожидать появления этой кометы, может быть непосредственно вычислен. Без указанного рассуждения сомнение длилось бы многие годы, и каждый стал бы открыто признавать какие-то новые исследования.

Теперь, однако, можно выводить из наблюдений определённый результат, а установленный иначе окажется хуже. Это применение исчисления вероятностей придало астрономии наглядно видимую надёжность. С ним, с приложением этого исчисления, произошло то же, что происходит со всем новым. Многие не проникающие в суть дела, считают это приложение избыточным или даже чуждым. Деламбр в своей *Астрономии*⁹ сообщил о нём много необдуманного, а рецензенты в английской литературе позволили себе насмехаться над тем, что некоторые астрономы на континенте Европы ныне определяют орбиты комет, фигуру Земли, расстояние до Солнца и всё подобное в соответствии уже не с *истиной*, а с *вероятностью*.

Это мы можем легко вытерпеть, и даже существуют причины для того, чтобы быть им очень благодарными: они учат нас устанавливать всё в соответствии с истиной, вероятностью же мы должны довольствоваться, лишь если лишены такой возможности. Так ведь никто ничего другого не делал и не мог делать, но часто истиной называлось то, что было лишь вероятностью, притом не максимально достижимой. Никто не пытался доказать теорему Пифагора в вероятностном смысле, потому что её можно доказать безусловно, в соответствии с истиной.

Я несколько пространно рассуждаю о приложениях этих рассуждений к астрономии; лучше было бы обратиться к приложениям к другим наукам, более тесно относящихся к повседневной жизни. Однако они ещё не вполне усовершенствованы, а я сам слишком мало осведомлён о других вещах, чтобы отважиться на собственные исследования¹⁰, но каждый, кто склонен размышлять, вполне сможет воспользоваться случаем и заметить, что сказанное мной об астрономии было лишь примером, и что те же вещи, пусть в иной форме, происходит повсюду.

Каждая наука, которая пробивает свой путь к теории опытом, начинает с наблюдений, обучается их производству и применению исчислением вероятностей, и в конце концов приходит к *вероятнейшей* теории. В астрономии, к примеру, практика оказывается задачей исчисления вероятностей, а теория – задачей высшей механики.

150 лет назад дело обстояло иначе. В то время не думали ни об исчислении вероятностей, ни о механике, но что представляла собой тогдашняя наука по сравнению с сегодняшним днём? Хаос отдельных явлений¹¹, ныне же – единое целое, отдельные части которого связаны теснейшим образом. Весьма поучительно рассматривать продвижение наук вплоть до нынешнего времени.

Она не приобретала познания в соответствии с системами предпосылок, как это, возможно, происходило в других случаях. Напротив, она всегда советовалась с наблюдениями, неизменно остерегалась включать в свои теоретические положения что-то, не вытекающее из них.

Поэтому наука, конечно же, достигла цели не прыжками, а самыми медленными и уверенными шагами. Мы желаем всем опытным наукам продвигаться подобными осмотрительными шагами, и надеемся, что исчисление вероятностей придаст этому движению верный ритм, который вскоре будет так чётко подхвачен, что любое отклонение от него оскорбит глаз и ухо.

Примечания

1. Бессель так и не сослался на *Опыт философии теории вероятностей* Лапласа 1814 г.
2. Вероятную ошибку Бессель определил ниже, а его фраза неудачна.
3. Бессель не упомянул систематических ошибок. Он сам в 1823 г. обнаружил существование личного уравнения, присущего каждому астроному, но мы не можем утверждать, что это произошло до данного доклада.
4. К вспомогательным средствам здесь и ниже Бессель явно отнёс телескоп.
5. Ламберт (1760, § 303) ввёл принцип наибольшего правдоподобия (но не этот термин) для непрерывной плотности, но заявил (§ 305), что оценка наибольшего правдоподобия в большинстве случаев мало отличается от среднего арифметического. Указанные параграфы не попали в немецкий перевод сочинения Ламберта.
6. Формулировка неряшлива.
7. Это соображение в основном и побудило Гаусса отказаться от своего первого обоснования метода наименьших квадратов 1809 г. Он разумно заявил, что интегральная мера точности предпочтительнее локальной (Шейнин 2013, § 10А4-2). Во многих случаях Бессель мог бы упоминать теорию ошибок (а не исчисление вероятностей), но тогда ему пришлось бы рассказывать о ней. Ср. [ii, Прим. 9].
8. Эту комету Ольберс обнаружил в 1815 г.
9. Делаамбр опубликовал исследования по античной, средневековой и современной ему астрономии в 1817, 1819 и 1821 гг. соответственно, а в 1827 г. – исследование астрономии XVIII в. По контексту следует, что Бессель имел в виду либо третью, либо последнюю, четвёртую книгу Делаамбра, т. е., что он прочёл свой доклад не ранее 1821 г.
10. Следовало хотя бы упомянуть статистику населения. Вряд ли Бессель не слышал, например, о Зюссмильхе.
11. Можно ли считать, что законы Кеплера относились к *хаотичным* исследованиям?

Библиография

- Шейнин О. Б., Sheynin O. (1971), Lambert's work in probability. *Arch. Hist. Ex. Sci.*, vol. 7, pp. 244 – 256. S, G, 47.
- (2013), *Теория вероятностей. Исторический очерк*. Берлин. S, G, 11.
- Bessel F. W., Бессель Ф. В. (1859), *Популярные чтения о научных предметах*. М.
- Kant I. (1763), Der einzig mögliche Beweisgrund zu einer Demonstration des Daseins Gottes. *Ges. Schriften*, Bd. 2. Berlin, 1912, pp. 63 – 163. [Erlangen, 1984.] Единственно возможное основание для доказательства бытия Бога. *Сочинения*, т. 1. М., 1963, с. 393 – 508.
- Lambert J. H. (1760, латин.), *Photometria*. Augsburg. В немецком переводе отсутствует всё, связанное с обработкой измерений.

Путешествие Эрмана по Сибири и Камчатке

F. W. Bessel, Erman's Reise in Sibirien und Kamtschatka (1832).
Abhandlungen, Bd. 3. Leipzig, 1876, pp. 481 – 483

В № 26 этой газеты [*Preußische Ostsee-Blätter*, 1832] профессор Бэр сообщил о ценном подарке, который ему привёз из своего путешествия доктор Эрман для здешнего [кёнигсбергского] зоологического музея. Из письма Бэра следует, что Эрман не ограничивал свою деятельность, ибо предметы естественной истории он собирал только по случаю. И всё же он заимел такие ценные плоды, что Бэр назвал полученный подарок весьма достойным. Многие из нас с удовлетворением узнают что-либо про Эрмана, и заявление Бэра напоминает мне о моём праве иногда сообщать несколько слов читателям этой газеты.

Повод к поездке в Сибирь дал Ханстен, который намеревался измерять там направление и интенсивность магнитных сил и таким образом получить данные, которые были ему необходимы для исследования магнетизма Земли. Эрман обратился к нему, имея необходимые приборы и для магнитных измерений, и для определения географических координат пунктов. Было очень хорошо, что они могли работать независимо друг от друга вдоль различных маршрутов и собирать двойной урожай.

Эрман начал магнитные измерения здесь, в Кёнигсберге, недалеко от пункта, в котором незадолго до этого Гумбольдт установил свои собственные приборы. Он затем проехал через Петербург на Урал, и во многих местах провёл магнитные наблюдения, но в Тобольске остановился на более длительный срок. Он нашёл время, чтобы отослать друзьям в Пруссию свои точные определения географических координат этого города.

Страстно желая лучше осознать значимость этих наблюдений, их не замедлили обработать и очень скоро убедились, что продолжение путешествия окажется весьма полезным для познания географии этой неведомой стороны. Пока мы здесь радуемся удачным наблюдениям Эрмана, он сам испытывал другие радости, радости сибирской зимы. Он воспользовался зимой, чтобы из Тобольска добраться до Обдорска [Салехарда], а оттуда к устью Оби у Северного Ледовитого океана. Лёд на реках обеспечил желаемый маршрут. Около 90 миль до Берёзова [до Берёзово] он проехал на конных нартах, далее же на оленях. Ночевал он на льду, в палатке, обтянутой оленьими шкурами при температуре – 28 градусов по Реомюру [– 35 градусов по Цельсию]. Но Эрман не простудился, не испытал никаких неприятностей и не уставал проводить магнитные наблюдения и определять географические долготы и широты своих станций.

Письма, описывающие эту экспедицию, вызывают только сочувствие её целям и показывают нам такую живость

восприятия всего, также и лежащих вне тесных границ этих целей условий страны и её населения, что становится ясно, что путешественники не ощущали трудностей.

В конце 1828 г. Эрман вернулся в Тобольск и пробыл там столько времени, сколько потребовалось для наблюдений и подготовки к дальнейшему пути в разгаре зимы в Иркутск. Здесь [где именно?] он повстречался с Ханстеном, с которым расстался перед тем, как отправиться на нартах по Оби. Они совместно посетили китайский пограничный город Maimatschin возле Кяхты и резиденцию Chamba-ламы бурятов.

Описание этого посещения у Эрмана уникально; жизнь китайцев и монголов становится понятной. Представляешь себе пёстрые флажки, развевающиеся на ветру, и светящиеся раскрашенные фонарики. Из Иркутска они отправились в Якутск, а оттуда – в Охотск. Зима окончилась, нарды оказались ненужными, и они ехали верхом на оленях, поступь которых Эрман нашёл гораздо более плавной, чем аллюры лошадей.

Днём они путешествовали, ночью наблюдали. Известие о звёздочёте, как Эрмана называли тунгусы, опережало его и повсюду обеспечивало ему дружественный приём. Это доказывало, что он находил верный тон при общении с христианами и язычниками и умел завязывать товарищеские отношения с теми, с кем хотел.

Охотск – край земли. По морю Эрман добрался до западного побережья Камчатки и высадился в Тигиле. Он объездил полуостров и его вулканы и, наконец, посетил Петропавловск. Оттуда Эрман отправился на корвете *Кроткий* в Ситху в Калифорнии, далее на Таити, проплыл мыс Горн, оказался в Рио-де-Жанейро и вернулся к нам в 1830 г.

Эрман собирается сообщить свету обо всех плодах, собранных им в путешествиях, в едином сочинении. До сих пор стали известными некоторые письма, написанные им в пути, часто на биваке, без стола и стула, стоя на коленях и пользуясь чернильницей, вначале отогретой в тёплом супе самоедов или тунгусов для оттаивания чернила. Эти письма могут содержать лишь самые свежие описания, и они действительно и поучительны, и радостны, и притом позволяют близко познакомиться с их автором.

Все характерные черты Эрмана, его неистощимая жизнерадостность, которая никогда не позволяет последующим впечатлениям ослабляться предшествовавшим опытом; удовольствие, с которым он прерывает дружественную беседу с тунгусами для установки приборов, – всё это, а также, каков он есть, узнаёшь из писем. Знаменитый отец Эрмана опубликовал эти письма в *Annalen der Erdkunde*, и кто захочет познакомиться с интересным человеком, должен их прочитать.

Кроме писем стали известны и некоторые статьи, относящиеся к путешествию. Трижды Ханстен и Эрман пересекли линии, вдоль которых магнитная стрелка указывала в точности на [географический] север, первый раз – возле Нижнего Новгорода, затем южнее Иркутска и, наконец, между Иркутском и Якутском.

Они привезли полноценные астрономические и магнитные наблюдения на очень многих пунктах, собрали (частично свои собственные) метеорологические сводки. Истинные климатические условия местности, которую они пересекли, стали настолько же известны, как и остальные её условия. Большой знаток Леопольд фон Бух весьма благоприятно отзывался о значимости их геологических достижений. Гумбольдт, Ханстен и Эрман сейчас собрались, чтобы сообщить нам желаемые сведения о севере Азии.

На обратном пути проездом через Кёнигсберг Эрман показал мне свой дневник, содержащий неисчислимую массу числовых данных. С ними придётся долго повозиться, потому что наблюдение производится намного быстрее, чем его обработка. Тем временем это сокровище не будет оставаться втуне. Подробное описание, указывающее исправление русла Оби, было образцом формы, в которой появится всё сочинение. Числовые данные в этом описании вычислены только предварительно и будут строго проверены.

Эту работу дружественно предложил взять на себя прославленный старший преподаватель Хертер (Härter). Я тоже поучаствовал в этой проверке и с большим удовольствием увидел, что сами наблюдения во время путешествия, как и раньше в Тобольске, соответствуют всем разумным требованиям. Всё дело движется как было желательно, и, если не встретится затруднений в поисках издателя, скоро обрадует нас.

Краткие сведения об упомянутых лицах

Buch Christian Leopold, Христиан Леопольд Бух (1774 – 1853), геолог

Erman Georg Adolf, Георг Адольф Эрман (1806 – 1877), физик, геофизик. Ученик и зять (1834) Бесселя, член Королевского общества. Редактор журнала, включённого в список литературы (ниже)

Erman Paul, Пауль Эрман (1764 – 1851), отец Георга Адольфа, физик

Hansteen Christoph, Христоф Ханстен (1784 – 1873), астроном, физик, геофизик

Библиография

Erman A. (1833 – 1848), *Reise um die Erde*, Bde 1 – 8. Berlin.

---, редактор (1841 – 1866), *Arch. f. wiss. Kunde von Rußland*.

--- (1874), *Die Grundlagen der Gaussischen Theorie und die Erscheinungen der Erdmagnetismus im Jahr 1829*. Berlin.

XI

Ф. В. Бессель

Перенаселённость

F. W. Bessel, *Übervölkerung* (1845).
Abhandlungen, Bd. 3. Leipzig, 1876, pp. 483 – 486

Пусть обзор г-на фон Фаренхейда [опубликованный в местной кенигсбергской газете – Ред.] побудит многих проследить за его темой с наивысшим вниманием. Вопросы, ответы на которые должны предшествовать пониманию более важных, – важнейших! – интересов страны. Но трудность в ответе на последний упомянутый [им] вопрос, а именно, как повысить умственное развитие (*Intelligenz*) населения, склонило здесь этого автора к молчанию. Напротив, всё необходимое должно произойти перед тем, как постижение мер для представления взглядов многих лиц окажется обоснованным.

Целью статьи этого автора, как нам представляется, является доказательство того, что одарённость населения страны нельзя ни оценить в соответствии со своей территорией, на квадратной миле которой проживает столько же людей, сколько во всей Европе, ни по способности возрастания населения, которое за сто лет может оказаться даже шестнадцатикратным. Население скорее обладает максимумом, зависящим от различных обстоятельств, не исключающих умственного развития населения, которое может изменяться под гуманным, человеческим влиянием.

Климат, первоначальное плодородие почвы, географическое положение, ... следует принимать такими, какими они есть, но остаётся попытка сделать жизнь отраднее и расширить пределы возрастания населения повышением его умственного развития. Возрастание населения, которое превысит максимум, соответствующий меньшему умственному развитию, должен будет сопровождаться обнищанием и неизменной гибелью избыточного населения. Но максимум, соответствующий возросшему умственному развитию населения, не будет достигнут, и противостояния всеобщему благосостоянию может и не быть.

Мы считаем сказанное *несомненной истиной*, и мы также признаём, что возрастание умственного развития населения является *единственным* шагом, предвещающим улучшение его блага. Но подобный переход от нынешнего положения весьма труден. Мы так же мало можем отважиться преодолевать эти трудности, как и высокоуважаемый автор указанной выше статьи. Напротив, мы хотим продолжить наши рассуждения и более подробно рассмотреть их.

В Североамериканских соединенных штатах до сих пор так резко разграничены большие различия в умственном развитии населения, что их влияние на границы между населённостью и перенаселённостью более заметно, чем быть может где-либо в

Европе. Максимум населения на квадратную милю обширной территории по ту сторону Миссисипи достигает быть может полдюжины охотников-индейцев, потому что большее их число разогнало бы лесных зверей. В вигвамах индейцев меньше детей, чем в домах европейцев, но число рождений всё же превышает число смертей. Происходит перенаселённость, а с ней – нужда, которая должна преодолеваться изгнанием соседей из их охотничьих угодий¹ [...].

Когда вместо охотничьего населения появляются земледельцы, максимум населения возрастает. Та же квадратная миля, которая могла прокормить лишь немногих охотников, предоставила средства пропитания стольким же тысячам, умственное развитие которых и позволяло им добывать эти средства. Каждое повышение искусства земледелия повышало максимум населения, совместимый с его благосостоянием.

А когда добавляются различные ремесла, и мощная торговля начинает основывать города, максимум возрастает. Там, где могли проживать лишь полдюжины охотников, окажутся многие тысячи, которые будут не только добывать средства существования, но и удовлетворять свои более высокие, духовные потребности.

Положение в Европе отличается от описанного тем, что переход от более низкой ступени умственного развития к более высокой происходил в течение длительного времени, притом с различной скоростью в различных классах населения. Мы имеем в виду рассмотреть положение, которое явилось непосредственным поводом появления статьи Фаренхейда, а именно положение востока страны, который столетиями привык доверчиво и дружелюбно смотреть на парящую над ним прусскую знать².

Здесь земледелие царит над остальными занятиями, хотя и не подавляет их и не ограничивается пропитанием населения. Торговля пользуется каждой возможностью использовать свое полезное влияние, искусства и науки выказывают свою похвальную деятельность. Этому не противоречит проживание многочисленного населения, положение которого должно намного улучшиться, прежде чем перестанет быть устрашающим. На самом деле большое различие положения различных частей каждого населения может исчезнуть лишь в безрассудных измышлениях, но нигде в действительности.

Но статья Фаренхейда показывает, что обе крайние степени состояния населения Восточной Пруссии, как и остальных европейских стран, ныне встречаются чаще, чем раньше, что богатство чаще накапливается, а устрашающая бедность постоянно распространяется.

Обоснованность этого ощущения на обширных территориях может быть подтверждена свидетельствами почти из всех европейских стран, и становится очевидным требование, чье удовлетворение может надолго уменьшить зло: либо следует воспрепятствовать действию причин распространения бедности,

либо должна быть обнаружена и пущена в ход противодействующая сила.

Поищем причину вначале в том, в чём некоторые хотят найти всё зло, а именно в политическом устройстве. В Пруссии, однако, в 1809 г. прежние отношения между различными классами населения существенно изменились. За исключением евреев (на быстрое достижение полного равенства которых со всеми остальными гражданами страны мы надеемся!) каждый пруссак имеет равные права и обязанности. Провинциальные ландтаги соответствуют тому времени, когда распространилась бедность³.

В других странах Европы также произошли изменения, отчего, однако, насколько нам известно, отношение различных классов населения к самому низшему классу ухудшилось. Тем не менее, мы не думаем, что эти изменения можно считать причиной распространения бедности. Отмена гильдий произошла в неблагоприятный момент и была несомненно проведена слишком быстро. Впрочем, она скорее объяснит немного, но вряд ли всё в целом.

Тем временем г-н фон Ф. доказывает, что число тех, кто не всегда находит себе работу, возрастает, и что этот класс населения становится беднее. Это, конечно, происходит потому, что население возрастает быстрее, чем объём работ. Умственное развитие земледельца бесспорно повысилось. Промышленность, которой раньше не занимались, ныне даёт работу многим. Оборотный капитал намного превышает прежний. Напротив, кораблестроение, морские перевозки и торговля хоть и сократились, но, видимо, нет сомнений, что потребуется больше работы. И население, и объём работ возросли, но первое возрастает быстрее второго.

Именно нужда способна предотвратить возрастание населения, и против её распространения необходимо применить все силы. Такова, видимо, точка зрения статьи Фаренхейда. Но распространение нужды может смениться её остановкой и сжатием. Возросшее умственное развитие (или требуется ещё что-то?) сделает полезным увеличенный спрос на рабочую силу. Но население может возрастать так быстро, что все возможности трудоустройства будут исчерпаны, однако это произойдёт не скоро, а пример Англии показывает, что большие страны могут существовать, не имея достаточно территории для прокормления населения. Перенаселённость Ирландии может происходить соответственно лишь с состоянием тамошнего умственного развития.

Для тех, кто владеет крупными предприятиями, многое могут сделать специальные учреждения. К примеру, земледельцы могут многого добиться образцовыми хозяйствами, которые не оставлены без забот нашего короля. Поистине патриотичные, сведущие в сельском хозяйстве и ремеслах, практичные люди могут объединиться, чтобы устройство и надзор за подобными учреждениями соразмерялись с их благотворительной целью.

Но мы желаем большего! Мы хотели бы попытаться усилить умственное развитие вне зависимости от особых ремесел.

Расширить рассудительность тех, которые стараются не переходить за пределы узкого круга идей своего обычного рода занятий, наметить им путь к другим целям, хоть каждый из них может вступить лишь на тот, который надлежало подготовлен. Мы полагаем, что каждый может сознательно помочь общему благосостоянию только если он представляет себе целостную картину всего и чётко видит занимаемое собой место.

В течение ряда лет перед тем, как начались публичные лекции кенигсбергского Физического [Физико-экономического] общества, которые вызвали большой интерес общественности, возникла мысль о приобретении большого дома. Имелось в виду устраивать в нём еженедельные чтения, содержание и форма которых должны были бы быть приспособлены к сформулированным выше пожеланиям.

Эту мысль собирались уже претворить в жизнь, но случайность, а также учёт весьма неблагоприятных в то время условий в торговле привели к отказу от неё. Наконец, появилось опасение, что усердие докладчиков со временем ослабеет, и здание быть может перестанет соответствовать своей цели.

Мы опасались, что наша мысль была преждевременной. Если бы она удалась, мы расширили бы границы способности суждения отдельных лиц и подвели каждого к пониманию того, где его опыт и знания достаточны для суждений, а где – нет. [...]

Мы думаем свести эти соображения к одному единственному средству, которое ухватил лорд Брум, к копеечному журналу. Но где найти того Брума, который мог бы возглавить такой журнал? Его нельзя искать, но он найдётся также и в Прусском государстве. Некоторые готовы счесть единственной задачей своей жизни улучшение общего благосостояния. Среди них быть может есть кто-нибудь осмотрительный и разносторонний, кто превратит свою благородную волю в действующую силу. Тот, кто в некоторых отношениях равен Августу Герману Франке, но превосходит его по осмотрительности и разносторонности.

Если найдётся такой человек, он будет вознаграждён успехом и посмертной славой. Правительство поддержит его, а народ будет восхвалять его как своего спасителя! Но этот человек ещё не найден, а зло распространяется с каждым днём. Г-н фон Ф. приводит примеры помощи: предприятия, расходы которых покрывают королевские кассы и которые, пока существуют, сводят перенаселённость в границы населения.

[Следует рассуждение о желательности и трудности гуманного развития промышленности в Восточной Пруссии. Бессель заканчивает свою статью надеждой, что возросшее умственное развитие её населения избавит страну от перенаселённости.]

Примечания

1. Подлюжины охотников-индейцев ... А где же их семьи? (Они всё-таки появляются ниже.) А где белое население? И ниже: у индейцев детей меньше, чем у (бывших) европейцев, но их население всё же возрастает. Откуда известно, что у них детей меньше? А количество коренного населения не возросло, а катастрофически убывало.

2. Крайне сомнительное утверждение.

3. Роль ландтагов и (чуть ниже) влияние отмены гильдий не раскрыто.

Краткие сведения об упомянутых лицах

Brougham Henry Peter, Генри Брум, 1778 – 1868,
государственный деятель

Franke August Herrmann, Август Герман Франке, 1663 – 1727,
священник, филантроп

Библиография

Pearson K. (1978), *History of Statistics in the 17th and 18th Centuries*. London.